

JUILSON JOSÉ JUBANSKI

**DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM SISTEMA DE
VÔO APOIADO POR GPS PARA AEROTRIANGULAÇÃO
POR FEIXES DE RAIOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Edson A. Mitishita

Co-orientador: Prof. Dr. Jorge S. Centeno

CURITIBA

2005

**DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM SISTEMA DE
VÔO APOIADO POR GPS PARA AEROTRIANGULAÇÃO POR
FEIXES DE RAIOS**

POR

JUILSON JOSÉ JUBANSKI

Dissertação nº. 186 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:

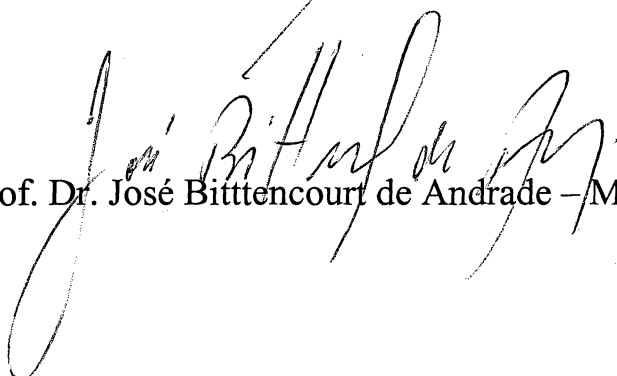
Curitiba, 01 de dezembro de 2005.



Prof. Dr. Jorge Antonio Silva Centeno (UFPR)
Orientador e Presidente



Prof. Dr. Antonio Maria Garcia Tommaselli- Membro (UNESP)



Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade – Membro (UFPR)

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos a Aerosat Arquitetura Engenharia e Aerolevanteamento pelos dados gentilmente fornecidos, e pelo apoio à realização deste trabalho. Da mesma maneira agradecemos a Francisco Mauro, da Elima Eletrônica Ltda, por sua contribuição fundamental na montagem do hardware necessário. Agradeço também a CAPES, pela bolsa de mestrado que permite o seguimento da pesquisa.

Agradeço especialmente meu orientador prof. Edson Mitishita, pela paciência e atenção, mesmo à distância. Agradeço também ao meu co-orientador prof. Jorge Centeno pela colaboração. Agradecimentos ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, meus colegas, demais professores e à secretária Mônica, que tanto nos ajuda.

Por fim agradeço a Deus pela minha maravilhosa família, especialmente minha mãe, que sempre me dá todo o apoio e suporte necessário em todas as etapas da minha vida.

RESUMO

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de metodologias que têm por objetivo principal a concepção de um sistema de baixo custo para a realização da aerotriangulação por feixes de raio (Bundle Adjustment) com base em voo apoiado por GPS e câmara aerofotogramétrica Wild RC-10. Inicialmente é apresentada uma metodologia de montagem da antena GPS na aeronave, em posição próxima a vertical do centro perspectivo da câmara aerofotogramétrica, visando uma melhor modelagem matemática da aerotriangulação. A seguir é apresentada a metodologia de interpolação da posição da aeronave no instante exato da exposição fotográfica. Empregou-se um modelo polinomial de baixa ordem e o Filtro de Kalman. Apresenta-se uma revisão sobre os aspectos mais relevantes do Filtro de Kalman, necessários para o desenvolvimento do interpolador. Os métodos de interpolação propostos são rigorosamente testados e seus resultados são apresentados. Duas metodologias de processamento da aerotriangulação com base no voo apoiado são propostas: uma é a convencional que foi a utilizada com maior frequência nas pesquisas realizadas nesta área até a presente data, e outra que leva em consideração a velocidade da aeronave na modelagem matemática envolvida no processo. Para testes da metodologia são apresentados resultados obtidos com um bloco teórico e um bloco real. São testadas algumas distribuições de pontos de apoio no bloco. Os resultados obtidos com a utilização de um bloco teórico e outro real comprovam a viabilidade da metodologia proposta. Ao final apresentam-se as conclusões e recomendações obtidas na pesquisa realizada.

ABSTRACT

The present work consists on the development of methodologies that have as main objective the conception of a low cost system for performing Bundle Block Adjustment, based on airborne GPS and an aerophotogrammetric Wild RC-10 camera. Initially a location methodology for the antenna GPS on the aircraft is presented, in a position near to the optical axis of the camera's perspective center, aiming a better mathematical modeling of the aerotriangulation. A low order polynomial model was used, and also the Kalman Filter. A revision is presented on the most relevant aspects of the Kalman Filter, necessary for the development of the interpolation algorithm. The considered interpolation methods were rigorously tested and its results are shown. Two aerotriangulation processing methodologies based on airborne GPS are proposed: one is the conventional, which were used more frequently in the researches carried through in this area until the present date; and another in which the speed of the aircraft is involved on the mathematical modeling. For testing the methodology, are presented results given from a theoretical block and a real block. The optimal control point distributions in the block are also tested. The results given with the use of a theoretical block, and another real, prove the viability of the proposed methodology. At the end the conclusions and recommendations are presented.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	II
RESUMO.....	III
ABSTRACT	IV
SUMÁRIO.....	V
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE TABELAS	VIII
LISTA DE QUADROS	IX
1 - INTRODUÇÃO	1
1.2 - Objetivos	2
1.2.1 - Objetivo Geral	2
1.2.2 - Objetivos Específicos	2
1.3 - Justificativa.....	2
2 - REVISÃO DE LITERATURA.....	4
2.1 - GPS.....	4
2.1.1 - Processamento dos Dados GPS.....	6
2.1.2 - O Planejamento da Missão	6
2.1.3 - Datum e Sistema de Coordenadas	8
2.2 - Interpolação	9
2.2.1 - Filtro de Kalman (Adaptado de CAMARGO, 1992)	10
2.2.2 - Filtro de Kalman para Sistemas Lineares.....	12
2.2.3 - Predição ou Ciclo de Propagação	15
2.2.4 - Filtragem ou Ciclo de Atualização	17
2.2.5 - Suavização ou “Kalman Smoothing” (Adaptado de GELB, 1974)	20
2.3 - Aerotriangulação por Ajustamento Simultâneo de Aerofotos	24
2.3.1 - Desenvolvimento do Modelo Adaptado para Vôo Apoiado	28
2.4 - O Estado da Arte em Vôo Apoiado	30
3 - MATERIAL E MÉTODOS.....	31
3.1 - Determinação do Vetor Antena - Câmera	32
3.1.2 - Visão Teórica do Sistema	34
3.1.3 - Metodologia para a Determinação da posição do CP	36
3.2 - Algoritmo de Interpolação com Filtro de Kalman.....	42
3.2.1 - Cálculo dos Valores Iniciais	43

3.2.2 - Ciclos de Predição e Filtragem	44
3.2.3 - Suavização dos Dados.....	47
3.2.4 - Algoritmo Completo com Solução Simultânea	48
3.3 - Montagem Física do Sistema.....	50
3.3.1 - Câmara Wild RC-10 (UFPR)	51
3.3.2 - Integração GPS - Câmera via Computador.....	52
3.4 - Metodologia de Aerotriangulação.....	53
3.4.1 - Resolução do Sistema de Equações Normais da Aerotriangulação	56
3.4.2 - Teste da Confiabilidade das Observações do Vôo Apoiado	61
4 - RESULTADOS	64
4.1 - Determinação do Vetor Antena	64
4.2 - Coordenadas Interpoladas	65
4.3 - Testes do Interpolador	67
4.3.1 - Testes do Interpolador Simples.....	67
4.3.2 - Testes do Interpolador Completo	72
4.3.3 - Testes da Diferença entre os Interpoladores	77
4.3.4 - Teste do Ganho em relação a um Interpolador Comum	79
4.4 - Testes da Aerotriangulação	82
4.4.1 - Bloco Teórico	82
4.4.1.1 - Descrição do Bloco	82
4.4.1.2 - Análise dos Resultados Obtidos	84
4.4.2 - Bloco Chapecó.....	89
4.4.2.1 - Descrição do Bloco	89
4.4.2.2 - Análise dos Resultados.....	91
5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	98
5.1 - Determinação do Vetor Antena	98
5.2 - Algoritmo de Interpolação	98
5.3 - Metodologia de Aerotriangulação.....	99
6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - O PROBLEMA DA INTERPOLAÇÃO NO VÔO APOIADO	10
FIGURA 2 - TIPOS DE FILTRO DE KALMAN	11
FIGURA 3 - VISÃO ESQUEMÁTICA DA SUAVIZAÇÃO NO FILTRO DE KALMAN.....	21
FIGURA 4 - COMPORTAMENTO DOS FILTROS DE IDA E VOLTA E DO SUAVIZADOR OU INTERPOLADOR	24
FIGURA 5 - VISÃO ESQUEMÁTICA DA CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA	34
FIGURA 6 - ESTAÇÃO TOTAL LEICA TC-705	36
FIGURA 7 - ALVO IMPLANTADO.....	37
FIGURA 8 - AERONAVE SENECA II - PT-EIK (AEROSAT)	37
FIGURA 10 - DISPOSIÇÕES DOS ÂNGULOS HORIZONTAIS	39
FIGURA 11 - VISÃO GERAL DO LEVANTAMENTO	41
FIGURA 12 - DISPOSIÇÃO DOS ALVOS	42
FIGURA 13 - ALGORITMO DE INTERPOLAÇÃO COM “KALMAN SMOOTHING”	47
FIGURA 14 - CÂMARA WILD RC-10.....	51
FIGURA 15 - ABERTURA DO DIAFRAGMA DA CÂMARA WILD RC-10	52
FIGURA 16 - PARTICIONAMENTO DA MATRIZ N	57
FIGURA 17 - AMOSTRA DE TRÊS FAIXAS DE VÔO	66
FIGURA 18 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 1	68
FIGURA 19 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 1.....	68
FIGURA 20 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 1.....	68
FIGURA 21 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 2.....	69
FIGURA 22 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 2.....	69
FIGURA 23 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 2.....	69
FIGURA 24 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 3.....	70
FIGURA 25 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 3.....	70
FIGURA 26 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 3.....	70
FIGURA 27 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 2	71
FIGURA 28 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 3	72
FIGURA 29 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 4.....	72
FIGURA 30 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 4.....	73
FIGURA 31 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 4.....	73
FIGURA 32 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 5.....	73
FIGURA 33 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 5.....	74
FIGURA 34 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 5.....	74
FIGURA 35 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 6.....	74
FIGURA 36 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 6.....	75
FIGURA 37 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 6.....	75
FIGURA 38 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 5	76

FIGURA 39 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 6	76
FIGURA 40 - DIFERENÇAS EM E - AEROFOTOS.....	77
FIGURA 41 - DIFERENÇAS EM N - AEROFOTOS	77
FIGURA 42 - DIFERENÇAS EM H - AEROFOTOS	78
FIGURA 43 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 6	78
FIGURA 44 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 1 (LINEAR)	79
FIGURA 45 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 1 (LINEAR)	80
FIGURA 46 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 1 (LINEAR)	80
FIGURA 47 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 2 (LINEAR)	80
FIGURA 48 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 2 (LINEAR)	81
FIGURA 49 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 2 (LINEAR)	81
FIGURA 50 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS FOTOGRAMÉTRICOS NAS AEROFOTOS.....	82
FIGURA 51 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS NO BLOCO.....	83
FIGURA 52 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO CONVENCIONAL (EM METROS)	84
FIGURA 53 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIDO COMUM (EM METROS).....	85
FIGURA 54 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIDO COMUM	86
FIGURA 55 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIDO COM VELOCIDADES (EM METROS).....	87
FIGURA 56 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIDO COM VELOCIDADES (EM METROS).....	88
FIGURA 55 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS NO BLOCO.....	90
FIGURA 56 - DISTRIBUIÇÃO DAS DIFERENÇAS NA RESULTANTE PLANIMÉTRICA	92
(EM METROS)	92
FIGURA 57 - CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR.....	95
FIGURA 58 - CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR E OS PARÂMETROS ADICIONAIS DO VÔO APOIADO	96

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - COORDENADAS DOS PONTOS INTERMEDIÁRIOS E DESVIO PADRÃO (σ)...	64
TABELA 2 - COORDENADAS DO PONTO CP E DESVIO PADRÃO (σ).....	65
TABELA 3 - COORDENADAS GEOGRÁFICAS INTERPOLADAS.....	66
TABELA 4 - VELOCIDADES OBTIDAS (EM M/S) - REFERENCIAL GEODÉSICO CARTESIANO	66
TABELA 5 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 2	71
TABELA 6 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 3	71
TABELA 7 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 5	75

TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 6	76
TABELA 9 - ESTATÍSTICAS NAS AEROFOTOS INTERPOLADAS.....	78
TABELA 10 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 1 (INTERPOLADOR LINEAR).....	81
TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 2 (INTERPOLADOR LINEAR).....	81
TABELA 12 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO.....	85
TABELA 13 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO.....	86
TABELA 14 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO.....	87
TABELA 15 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO.....	88
TABELA 16 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO.....	89
TABELA 15 - ESTATÍSTICAS DAS DIFERENÇAS NAS COORDENADAS DOS PONTOS FOTOGRAFÉTRICOS.....	91
TABELA 16 - DIFERENÇAS OBTIDAS NOS PONTOS DE APOIO.....	92
TABELA 17 - RESÍDUOS E TESTES ESTATÍSTICOS- MÉTODO CONVENCIONAL.....	94
TABELA 18 - RESÍDUOS E TESTES ESTATÍSTICOS - VÔO APOIADO COM VELOCIDADES	94
TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DA RIGIDEZ DO BLOCO	97

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - LIMITES PARA A REDUNDÂNCIA DAS OBSERVAÇÕES	63
QUADRO 2 - RELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DO TESTE DATA SNOOPING	64

1 - INTRODUÇÃO

A instalação de um receptor GPS em uma aeronave utilizada para aerolevantamentos serve a dois objetivos: navegação e controle para aerotriangulação. A navegação se refere à missão fotogramétrica, na qual, atualmente, o fotógrafo é também o navegador, encontrando no terreno a área a ser fotografada. Para aerotriangulação, o voo apoiado entra com a determinação, através de um levantamento GPS, das posições do centro perspectivo da câmara fotogramétrica no momento da exposição fotográfica. As estações de exposição podem ser determinadas com precisão aproximada de 10cm utilizando-se o modo de GPS cinemático, ou de 50 a 100cm utilizando-se apenas a fase e um código (L1). Tal precisão na determinação da estação de exposição é suficiente para o uso dessas coordenadas como controle de aerotriangulação em mapeamentos de escalas pequenas (1:25.000 ou menor), de maneira que pode ser reduzido a um mínimo o número de pontos de controle. Utilizadas em tempo-real, as posições das estações de exposição ajudam numa navegação precisa, reduzindo falhas de estereoscopia, e evitando sobreposição em excesso. Uma conexão entre o receptor e a câmera aérea permite a obtenção de aerofotos em posições pré-definidas. Sistemas de gerenciamento de voo já são disponíveis no mercado para prover um plano de voo automático, a navegação em si, com funções de tomadas de aerofotos automáticas e uma análise pós-voo do recobrimento fotogramétrico.

Os custos de um apoio de campo de qualidade, bem como o tempo necessário para seu planejamento e execução, ainda são muito altos. Em muitos blocos fotogramétricos, um apoio realmente de qualidade torna-se quase impossível, por razões de acesso (montanhas ou favelas, por exemplo), ou pela falta de detalhes fotoidentificáveis (florestas fechadas, por exemplo). Assim, busca-se uma forma de se automatizar parte do apoio de campo, para suprir parte destas necessidades. Desta forma, neste trabalho será apresentada uma metodologia de adaptação de uma câmera Wild RC-10 para fins de voo apoiado voltado à aerotriangulação, desde a implantação da antena, passando pelo desenvolvimento de um interpolador via Filtro de Kalman, até a análise de aerotriangulações realizadas com o sistema proposto.

1.2 - Objetivos

1.2.1 - Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é desenvolver uma metodologia de custo reduzido para a realização de aerotriangulação por feixes de raios que considera as coordenadas das estações de exposição, determinadas com GPS no instante da cobertura aerofotogramétrica, como injunções de apoio no modelo matemático fundamental.

1.2.2 - Objetivos Específicos

Como objetivos específicos têm-se:

- Estudar a locação da antena GPS no avião;
- Desenvolver um algoritmo de interpolação com base no Filtro de Kalman;
- Estudar os aspectos da aerotriangulação do voo apoiado;
- Verificar os resultados da aerotriangulação com voo apoiado versus a aerotriangulação convencional.
- Realizar uma análise estatística dos resultados obtidos;

1.3 - Justificativa

Vários pesquisadores deram grandes contribuições para a tecnologia de voo apoiado durante a década de 90 (ACKERMANN, 1992; FRIESS, 1990 e 1991; LAPINE, 1990; LUCAS, 1987; MERCHANT, 1991). Com o avanço da tecnologia em GPS e com a melhoria nas técnicas de processamento dos dados GPS, as aplicações desta técnica em Fotogrametria aumentam a cada dia. No entanto, existe uma série de considerações práticas e teóricas no uso do GPS na Fotogrametria, que se bem entendidas, podem aumentar a probabilidade de sucesso nas missões de voo apoiado.

A importância deste trabalho é demonstrar a possibilidade de se montar um sistema para voo apoiado utilizando-se de recursos normalmente disponíveis dentro das empresas de Aerofotogrametria brasileiras. Isto reduz

tanto os custos da montagem do sistema, quanto os custos com a compra de softwares importados, os quais muitas vezes não são adequados à realidade brasileira, em termos das necessidades de mapeamento. Uma contribuição é dada no desenvolvimento de tecnologia nacional que pode vir a ser amplamente utilizada, pois apesar do conhecimento adquirido por muitos profissionais em termos de voo apoiado, pouquíssimos trabalhos são realizados utilizando-se desta tecnologia no Brasil. Assim, também é papel do presente trabalho disseminar esta técnica e provar que ela pode ser aplicada em diversos projetos fotogramétricos, principalmente nos de escalas menores.

2 - REVISÃO DE LITERATURA

2.1 - GPS

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) consiste em uma série de satélites que orbitam a Terra, os quais transmitem sinais que podem ser recebidos por receptores móveis ou estáticos, sobre ou acima da superfície terrestre. Existem atualmente cerca de 28 satélites ativos, orbitando a uma altitude de aproximadamente 20.200km (LEICK,1990). Um mínimo de quatro satélites deve ser visível no local onde se encontra o receptor, para que sua posição seja calculada. Grandes partes de globo têm aproximadamente 24 horas diárias de recobrimento. No entanto, sempre é uma vantagem ter um mínimo de cinco satélites, para fins de vôo apoiado, por causa dos métodos de processamento utilizados, como será visto a seguir.

Os satélites transmitem dados em duas portadoras, conhecidas como L1 e L2. A frequência L1 é modulada com dois códigos, chamados código C/A e P. A frequência L2 é modulada somente com um código P. O uso de duas frequências aumenta a precisão dos levantamentos.

Receptores projetados para levantamentos geodésicos, coletam informações dos códigos C/A e do código P das portadoras L1 (no caso dos receptores topográficos), e das portadoras L1 e L2 (nos receptores geodésicos) (MONICO,2000). A precisão das linhas de base estáticas convencionais pós-processadas varia de 5mm a 10mm mais 1 ppm. A linha de base é o vetor entre o receptor da base e o receptor móvel. Assim, o receptor da base deve estar instalado num ponto cujas coordenadas são conhecidas. Tradicionalmente, as linhas de base estáticas são determinadas por levantamentos de 1h ou mais sobre os pontos. Esse é o tempo necessário para que os programas de pós-processamento possam determinar o número completo de ciclos entre o receptor e o satélite, chamado “ambigüidade”. As técnicas estático-rápidas são as mais comuns hoje em dia, e o tempo de permanência na estação remota fica entre 10 e 20min, o que permite grande produtividade.

A maioria dos receptores de navegação utiliza somente o código C/A para a determinação da posição. Um receptor de código C/A operando

independentemente determina posições com precisão de cerca de 10m. Utilizando-se de um receptor num ponto de coordenadas conhecidas e outro no local onde se deseja calcular a posição, pode ser alcançada uma precisão de 2 a 5m com esses receptores de baixo custo. Essa correção diferencial pode ser feita em tempo real, usando uma conexão de rádio entre a base e o receptor remoto, ou num pós-processamento dos dados colhidos pelos dois receptores. Normalmente, a base deve estar a no máximo 200km do receptor remoto. O uso de correções diferenciais com o código P permite um posicionamento consideravelmente mais preciso, cuja precisão varia de alguns milímetros a 1m. Essa precisão vai depender do modo de operação, tipo de receptor, modo de processamento, entre outros fatores. Na verdade, o código P é transmitido num código Y, controlado pelas autoridades norte-americanas. Os receptores geodésicos de dupla frequência são capazes de reconstruir o código P a partir do código Y, e assim obter as coordenadas com alta precisão.

Para a determinação da trajetória de uma plataforma móvel com precisão topográfica (em torno de 10cm), são necessárias técnicas de posicionamento relativo cinemático. Com o uso de receptores de dupla frequência, e havendo cinco ou mais satélites observáveis, técnicas de pós-processamento “on-the-flight” (OTF) determinam as ambigüidades sem uma inicialização estática, sendo essa a técnica utilizada modernamente em missões de vôo apoiado. Dados cinemáticos consistem num único conjunto de observações por ponto a ser calculado. A precisão não é tão alta quanto a obtida em levantamentos estáticos, estando na ordem dos 1cm mais 2ppm da linha de base. No caso de receptores embarcados em aeronaves, a linha de base é a distância entre a estação de referência e o avião. Assim, esta estação de referência deve estar a uma distância que esteja de acordo com a precisão requerida do projeto. De um modo geral, com uma distância de até 50km obtêm-se bons resultados (dentro da faixa dos 15cm), mesmo sem a resolução de todas as ambigüidades, as quais todas resolvidas numa distância de até 15km.

2.1.1 - Processamento dos Dados GPS

Vários métodos de processamento podem ser utilizados no cálculo das posições da antena, dependendo do tipo dos dados coletados. Se o código C/A é coletado com uma conexão de rádio com a estação de referência, podem ser determinadas posições com precisão de até 1m. O mesmo acontece se um sistema RTK ("Real Time Kinematic") for utilizado, obtendo-se precisão decimétrica. Se não houver uma conexão de rádio, os dados devem ser pós-processados.

No caso de dados de código e fase serem coletados, se faz necessário um processamento mais complexo. Os arquivos de dados da base e do móvel devem ser processados em programas específicos, geralmente ofertados pelos fabricantes de receptores. Por causa da coleta de dados contínuos, e por causa das perdas de sinal, algoritmos para detecção das perdas de sinal são necessários e, em alguns casos, é necessária a intervenção do operador para um posicionamento final de qualidade.

O avanço nos métodos de processamento tornou possível a inicialização do receptor em voo. Essa técnica, chamada OTF, funciona somente com receptores de dupla frequência e com mais de cinco satélites perfeitamente observáveis pela base e pelo móvel simultaneamente; e sendo ainda necessária uma boa geometria dos satélites. Até o final da década de 90 esses eram problemas difíceis de serem contornados, mas hoje em dia não há esse tipo de limitação, devido à abundância de satélites na constelação GPS.

2.1.2 - O Planejamento da Missão

Um planejamento cuidadoso da missão é a chave do sucesso numa missão com voo apoiado. Os fabricantes de receptores GPS oferecem programas que permitem a predição da constelação GPS para determinada localização, em uma hora desejada. Apesar da condição mínima ser de quatro satélites (quando o levantamento é com inicialização estática), ou de cinco satélites com L1 e L2 fixadas (no caso de um levantamento tipo OTF); é sempre aconselhável optar por horários com seis ou mais satélites, pois os mesmos satélites devem ser visíveis na base e no móvel para o

processamento. Dessa maneira, se um ou dois satélites são perdidos durante uma mudança de faixa, ainda têm-se um posicionamento preciso, o que facilita na detecção e recuperação de ciclos perdidos.

A localização do receptor da base deve ser cuidadosamente planejada visando uma minimização das obstruções e do efeito de multicaminho (quando sinais do GPS são refletidos por superfícies próximas à antena e captados por esta). Para uma minimização de efeitos atmosféricos (mais especificamente da troposfera), os dados dos satélites só devem passar a serem levados em conta quando os mesmos estiverem acima de 10° do horizonte. Essa “máscara de elevação” pode ser ajustada nos receptores e deve ser considerada quando do planejamento da missão. Normalmente, ajusta-se uma máscara de 10° na coleta dos dados e 15° no processamento, pois uma máscara mais baixa pode ajudar a prevenir perdas de sinal durante o levantamento.

Todos os receptores GPS calculam um indicador da precisão do posicionamento. A diluição da precisão posicional (PDOP) é um índice que indica a qualidade do posicionamento GPS, e é calculada com base na geometria e no número de satélites disponíveis em determinado momento. Quanto menor o PDOP, melhor a qualidade do posicionamento. Atualmente pode-se esperar facilmente um PDOP inferior a 3 em levantamentos estático-rápidos convencionais. Esse parâmetro pode ser predito com o uso de programas para planejamento de levantamentos GPS. Em missões de vôo apoiado, o PDOP deve estar abaixo de 5 para resultados otimizados, e as missões devem ser evitadas quando o PDOP ultrapassar 7 durante algum período significativo da missão.

Os dados GPS devem ser gravados a uma taxa condizente com a precisão requerida do projeto fotogramétrico. Normalmente uma taxa de 0,2s ou 0,5s é suficiente. Muitos receptores têm memória suficiente para a gravação nestas taxas, com uma constelação de cinco ou seis satélites, por um período de três a quatro horas no modo de dupla frequência. Para vôos mais longos faz-se necessária uma quantidade compatível de memória.

O receptor da base e da aeronave devem começar a armazenar dados aproximadamente ao mesmo tempo, pois somente dados colhidos simultaneamente nos dois receptores poderão ser diferencialmente processados. No caso de um levantamento OTF, comuns hoje em dia, a

inicialização se dá durante o voo, ligando-se o receptor de bordo de 5 a 15 minutos antes do uso dos dados para voo apoiado. Nos processamentos do tipo ida-e-volta (“forward-backward”), todo o levantamento tem precisão suficiente para uso dos dados.

Antes da decolagem, é aconselhável realizar algumas exposições com o sistema todo já em funcionamento, para certificar-se de que todas as componentes estão funcionando corretamente. O receptor, ou equipamento que esteja coletando os dados, deve ter um display que mostre quantas exposições foram realizadas e quantos dados GPS foram colhidos. Esse teste previne que todo o levantamento seja perdido por causa de um cabo desconectado, ou algum problema dessa natureza.

Durante o voo propriamente dito, existem algumas tarefas que a tripulação deve realizar. O receptor em si não precisa de atenção, mas as baterias do mesmo devem ser monitoradas. Durante as mudanças de faixa, os ângulos de inclinação da aeronave devem, se possível, ser menores do que 25°, para a prevenção de perdas de sinal. Cabe ao planejador do voo observar que isso tornará o levantamento mais demorado (CURRY,1993).

Os dados GPS devem ser transferidos para um computador, organizadamente, e os dados devem ser processados preferencialmente com as efemérides precisas (órbitas calculadas com alta precisão para os satélites), as quais permitem estender a distância entre a base e a aeronave. A comunicação entre a tripulação e a equipe de campo deve ser eficaz, de modo a economizar tempo e, conseqüentemente, dinheiro e erros como falta de dados na base, ou outros desse gênero.

2.1.3 - Datum e Sistema de Coordenadas

Coordenadas GPS são sempre relacionadas ao referencial geodésico cartesiano geocêntrico, e são transformadas em latitude, longitude e altitude elipsoidal. Blocos fotogramétricos são realizados visando coordenadas no sistema de projeção oficial do país ou região, no caso do Brasil, no sistema UTM SAD-69 ou no sistema UTM SIRGAS. As altitudes requeridas são as ortométricas, referidas à rede oficial de altitudes. As separações entre o geóide e o elipsóide podem ser da ordem de muitos metros, positivas ou negativas, e

podem variar na extensão de um bloco aerofotogramétrico. Assim, deve-se proceder a realização de um geóide local, através da ocupação de RRNN da região, ou então utilizar-se do modelo geoidal oficial.

O vôo apoiado pode prover controle tridimensional a cada estação de exposição. Baseado no entendimento básico em GPS pode-se concluir que essas estações de posição são posicionadas uma em relação à outra de maneira altamente precisa e também em relação ao elipsóide. Além disso, as observações redundantes nos pontos fotogramétricos nas ligações entre faixas e modelos resolvem a questão da orientação relativa entre as aerofotos. O bloco fotogramétrico torna-se, assim, uma figura geométrica muito forte.

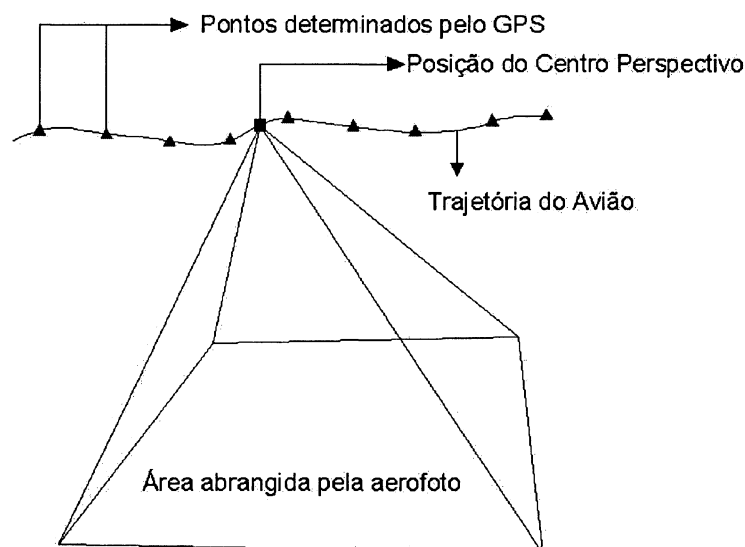
A maioria dos fotogrametristas não está acostumada a realizar ajustamentos no sistema latitude, longitude e altitude, ou no referencial geodésico cartesiano geocêntrico. Para fim de depuração dos dados, é preferível uma configuração norte-leste das coordenadas do bloco, com o uso de um referencial geodésico local. Muitos programas de ajuste em bloco fazem essa transformação automaticamente.

2.2 - Interpolação

Um aspecto crítico no vôo apoiado é a estimação da posição da aeronave no instante exato da exposição fotográfica. Os dados GPS são coletados a uma taxa constante, em torno de 1Hz. No entanto, como mostrado na figura 1, os instantes de exposição não coincidem com os instantes das observações GPS. Desta forma, as coordenadas da estação de exposição devem ser calculadas a partir de pontos adjacentes (LICHTI, 2000).

As posições das estações de exposição são normalmente interpoladas com um polinômio de baixo-grau, em função do tempo, para cada dimensão da coordenada (X,Y,Z). LAPINE (1991) e JACOBSEN (1993) empregam polinômios de segundo grau, utilizando-se de três a cinco pontos. Esse é o método empregado na maioria dos softwares comerciais. LAPINE (1996) demonstra que as perturbações atmosféricas podem tornar uma interpolação polinomial não-funcional. Oscilações de alta frequência não são modeladas por tais interpoladores. Em trabalhos de escalas grandes, tais erros podem ser consideráveis.

FIGURA 1 - O PROBLEMA DA INTERPOLAÇÃO NO VÔO APOIADO



LICHTI (2000, 2002), trata a trajetória como uma série de funções senoidais no tempo. Nesses trabalhos, este autor demonstra que os métodos polinomiais são equivalentes entre si. Ele também prova que só ocorrem ganhos reais em qualidade quando aumentada a taxa de coleta do receptor GPS. COCK (1991) e KUSEVIC (1994) propõem metodologias que levam em consideração a dinâmica do avião. Neste trabalho também é proposto algo do gênero, com a utilização do Filtro de Kalman, como será visto a seguir. Para tanto, são apresentadas considerações sobre o filtro de Kalman.

2.2.1 - Filtro de Kalman (Adaptado de CAMARGO, 1992)

No método dos mínimos quadrados (MMQ), usado rotineiramente no ajustamento de observações pela Geodésia, os parâmetros de interesse têm sido considerados invariantes no tempo, constituindo assim o processo estático ou estacionário. Com as novas técnicas que possibilitam cálculos de parâmetros em tempo real, como por exemplo, o posicionamento cinemático por GPS, a navegação por sistema inercial e a Fotogrametria on-line, o conhecimento da variação temporal dos parâmetros torna-se importante, constituindo-se assim um processo dinâmico. Um algoritmo muito empregado para processamento de sistemas dinâmicos, é o Filtro de Kalman.

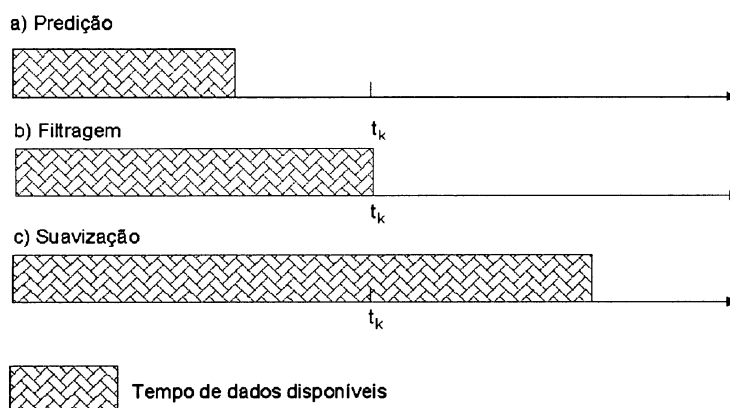
O Filtro de Kalman é um estimador Bayesiano, não tendencioso, consistente, eficiente e de variância mínima (CAMARGO, 1992). É, portanto, um método de se estimar o vetor estado de um modelo dinâmico a partir de observações randômicas. O Filtro de Kalman é um método muito difundido nas Ciências Geodésicas, o qual produz estimadores do vetor estado com propriedades estatísticas bem definidas. Tais propriedades são ótimas no sentido de serem não-tendenciosas, e de variância mínima, dentre a classe dos estimadores não tendenciosos.

Kalman, 1960, descreveu três tipos de operações com filtro nos problemas de estimação, para uma mesma época t_k , sendo que para:

- a) $t < t_k$ tem-se a estimativa predita;
- b) $t = t_k$ tem-se a estimativa filtrada e;
- c) $t > t_k$ tem-se a estimativa suavizada, onde t denota a existência de dados posteriores a t_k .

Na predição, utiliza-se na estimativa somente dados anteriores à época t_k . Na filtragem, utiliza-se na estimativa dados obtidos desde uma época anterior até a época t_k . Finalmente, na suavização, ou interpolação utiliza-se na estimativa dados anteriores e posteriores à época t_k . Os primeiros dois tipos de estimativa podem ser obtidos em tempo real, enquanto o terceiro só pode ser pós-processado. Os três conceitos acima são melhor ilustrados através da figura (2):

FIGURA 2 - TIPOS DE FILTRO DE KALMAN



Será demonstrada agora a obtenção das equações do Filtro de Kalman, usando a mesma metodologia empregada nos casos padrões de MMQ tratados na Geodésia. Na verdade, as fórmulas de Kalman reduzem-se às do ajustamento seqüencial pela simples desconsideração da variação temporal dos parâmetros. O modelo importante para este trabalho é o Filtro de Kalman discreto, cuja formulação será demonstrada a seguir.

2.2.2 - Filtro de Kalman para Sistemas Lineares

Considerando o modelo matemático linear que constitui a base do filtro de Kalman, para épocas e observações discretas, com notações matriciais e nomenclaturas usuais em Geodésia, tem-se:

$$X_k = T_{k,k-1} \cdot X_{k-1} + W_k \quad (2.2.1)$$

$$L_k^b = A_k \cdot X_k + V_k \quad (2.2.2)$$

A equação (2.2.1) representa o modelo dinâmico e a (2.2.2) o modelo de medida ou observação, formando assim um sistema de equações lineares. O índice k nas equações acima refere-se à época t_k , que pode assumir valores entre $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$, não necessariamente eqüidistantes.

Na equação (2.2.2), X_k é o vetor estado, definido como vetor de variáveis randômicas para época t_k , conhecido na Geodésia como vetor dos parâmetros; X_{k-1} é o vetor estado de uma época anterior à época t_k , ou seja, da época t_{k-1} , sendo ambos de dimensões iguais ao número de parâmetros incógnitos (u), e $T_{k,k-1}$, a função de dimensão ($u \times u$) que interliga os dois vetores estado, conhecida como matriz de transição. Ela faz a transformação linear do vetor da época t_{k-1} para a época t_k . O vetor W_k das correções ao modelo dinâmico, de dimensão ($u \times 1$), afeta o estado durante o intervalo entre as épocas t_{k-1} e t_k . Ele é também designado por vetor dos ruídos brancos gaussianos do sistema, e vetor das perturbações do modelo.

As componentes $X_{ki}, i = 1, 2, \dots, u$, do vetor estado X_k são chamadas de variáveis estado.

O vetor W_k das correções ao modelo dinâmico é assumido sendo distribuído normalmente com a seguinte estatística para a sua média:

$$E[W_k] = 0 \quad (2.2.3)$$

onde o operador $E[]$ indica esperança matemática. Para a sua matriz variância-covariância (MVC):

$$E[W_k W_k^T] = \Sigma_{Wk} \delta_{kt} \quad (2.2.4)$$

onde o índice T representa uma operação transposta e δ_{kt} delta de Kronecher, isto é $\delta_{kt} = 1$ para $k = t$ e $\delta_{kt} = 0$ caso contrário. Em notação estatística tem-se:

$$W_k \approx N(0, \Sigma_{Wk}) \quad (4.2.5)$$

com N representando a distribuição normal.

A matriz de transição T tem as seguintes propriedades:

$$T_{k,k} = I \quad (2.2.6)$$

$$T_{k,s} T_{s,r} = T_{k,r} \quad (2.2.7)$$

$$T_{k,s}^{-1} = T_{s,k} \quad (2.2.8)$$

onde k, s e r são inteiros e indicam as épocas.

Na equação (2.2.2), X_k é o vetor de estado das variáveis randômicas para época t_k de dimensão $(u, 1)$, L_k^b é o vetor das observações ou medidas de dimensão $(n_k \times 1)$, com n_k igual ao número de observações n_k coletadas na época t_k , com MVC representada por Σ_{Lk}^b , A_k é a matriz que relaciona as observações ao vetor estado, de dimensão $(n_k \times u)$, e V_k é o vetor das

correções ao modelo de observação de dimensão ($n_k \times 1$), também conhecido como vetor dos ruídos brancos gaussianos do modelo de medida (erros não sistemáticos), vetor dos erros do modelo, ou de ruído das medidas.

O vetor randômico das correções ao modelo de medida é assumido ser gaussiano com a seguinte estatística conhecida para a sua média:

$$E[V_k] = 0 \quad (2.2.9)$$

Para a sua MVC tem-se:

$$E[V_k V_l^T] = \Sigma_{V_k} \delta_{kl} \quad (2.2.10)$$

que em notação estatística:

$$V_k \approx N(0, \Sigma_{V_k}) \quad (2.2.11)$$

Dadas as descrições das variáveis envolvidas nos modelos (2.2.1) e (2.2.2), resta ainda fazer algumas considerações necessárias para desenvolver o filtro de Kalman:

- a) Que as MVC das correções ao modelo dinâmico e a correção ao modelo de medida sejam positivo-definidas;
- b) Que além de admitir que os valores das correções do modelo dinâmico e das correções do modelo de medida sejam distribuídos normalmente, deve-se considerar a independência estatística entre os mesmos, ou seja, que:

$$E[W_k V_l^T] = E[V_k W_l^T] = 0 \quad (2.2.12)$$

- c) Que o vetor estado inicial X_0 seja considerado um vetor com variáveis de distribuição normal e de estatística conhecida, representada por:

$$E[X_0] = \hat{X}_{0/0} \quad (2.2.13)$$

e

$$E[(X_0 - \hat{X}_{0/0})(X_0 - \hat{X}_{0/0})^T] = \Sigma_{\hat{X}_{0/0}} \quad (2.2.14)$$

onde $\hat{X}_{0/0}$ denota a média do vetor estado para a época $t_k = t_0$ e $\Sigma_{\hat{X}_{0/0}}$ é a MVC para a época t_0 .

d) Assume-se a independência estatística entre o estado inicial e o vetor das correções:

$$E[W_k X_0^T] = 0 \quad \text{e} \quad E[V_k X_0^T] = 0 \quad (2.2.15)$$

Os modelos matemáticos discutidos, bem como todas as condições assumidas acima, proporcionam a base para a montagem das equações do Filtro de Kalman, o qual consiste numa combinação de predição e filtragem.

2.2.3 - Predição ou Ciclo de Propagação

Neste tipo de problema de estimação deseja-se obter a estimativa do vetor estado X_k , baseado em informações anteriores à época t_k , ou seja no vetor estado da época t_{k-1} , sendo este tipo de operação chamada de predição.

Para resolver este problema, é empregado somente o modelo dinâmico (2.2.1), pois o vetor será estimado sem o uso de observações. A estimação, pelo princípio do MMQ, não poderá ser empregada devido a falta de redundância, pois o modelo dinâmico consiste de um sistema de u equações com u parâmetros incógnitos (X_k). Então, aplicando o operador esperança $E[\]$, membro a membro na equação (2.2.1), tem-se:

$$E[X_k] = T_{k,k-1}E[X_{k-1}] + E[W_k] \quad (2.2.16)$$

onde a estimativa do vetor das correções ao modelo dinâmico é considerada nula, pois da expressão (2.2.3), então tem-se:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \mathbf{T}_{k,k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} \quad (2.2.17)$$

A MVC do vetor estado predito ou da estimativa $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ é obtida aplicando a lei de propagação de covariâncias à equação (2.2.16):

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}} = \mathbf{G} \cdot \Sigma \cdot \mathbf{G}^T \quad (2.2.18)$$

Sendo \mathbf{G} a matriz Jacobiana constituída pelos coeficientes da estimativa vetor estado da época t_{k-1} e do vetor das correções ao modelo dinâmico, que em notação matricial é dada por:

$$\mathbf{G} = [\mathbf{T}_{k,k-1} : \mathbf{I}] \quad (2.2.19)$$

onde \mathbf{I} representa a matriz identidade de dimensões $(u \times u)$.

A MVC das variáveis envolvidas na propagação é formada pela MVC do vetor estado da época t_{k-1} e pela MVC das correções ao modelo dinâmico, ou seja:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{w_k} \end{bmatrix} \quad (2.2.20)$$

Substituindo a matriz Jacobiana (2.2.19) e a MVC dada por (2.2.20) na equação da lei de propagação de covariância dada por (2.2.18), resulta na MVC do vetor estado predito para a época t_k :

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}} = \mathbf{T}_{k,k-1} \Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1}} \mathbf{T}_{k,k-1}^T + \Sigma_{w_k} \quad (2.2.21)$$

As equações (2.2.17) e (2.2.21) constituem as equações de predição, também conhecidas como equações atualizadas da época do Filtro de Kalman Discreto para sistemas lineares, formando assim o ciclo de propagação. A equação (2.2.17) dá a melhor estimativa do vetor estado para a época t_k , usando todas as observações anteriores à época t_k e a (2.2.21) a sua MVC.

2.2.4 - Filtragem ou Ciclo de Atualização

Neste tipo de problema de estimação deseja-se obter a estimativa do vetor estado X_k , baseado em todas as observações obtidas até a época t_k .

Na filtragem, as equações do modelo dinâmico e de medida são utilizadas para resolver o problema de estimação.

Deseja-se então obter o estimador $\hat{X}_{k/k}$ de X_k para a época t_k , com base nas observações e estimativas preditas para a época. Neste caso, o princípio do MMQ pode ser aplicado, pois os modelos (2.2.1) e (2.2.2) formam um sistema redundante, com n_k graus de liberdade, constituído de $(n_k + u)$ equações a u parâmetros incógnitos. Então, aplicando o MMQ, onde impõe-se que a soma dos quadrados das estimativas das correções dos vetores W_k e V_k , homogeneizadas pelos pesos, sejam mínimas. Nesse caso a forma quadrática fundamental é dada por:

$$\Phi = \hat{W}_k^T P_{\hat{X}_{k/k-1}} \hat{W}_k + \hat{V}_k^T P_{L_k^b} \hat{V}_k = \text{mínimo} \quad (2.2.22)$$

onde P representa matriz peso, sendo a matriz peso do vetor estado predito por:

$$P_{\hat{X}_{k/k-1}} = \sigma_0^2 \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} \quad (2.2.23)$$

E a matriz das observações:

$$P_{L_k^b} = \sigma_0^2 \Sigma_{L_k^b}^{-1} \quad (2.2.24)$$

onde σ_0 é a variância da unidade de peso a priori.

Atribuindo valor unitário à variância da unidade de peso a priori, e substituindo-a juntamente com as matrizes peso dadas por (2.23) e (2.2.24) na forma quadrática fundamental, resulta:

$$\Phi = \hat{W}_k^T \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} \hat{W}_k + \hat{V}_k^T \Sigma_{L_k^b} \hat{V}_k = \text{mínimo} \quad (2.2.25)$$

Expressando as equações dos modelos em função das estimativas das correções, obtêm-se:

$$\hat{W}_k = \hat{X}_{k/k} - \hat{X}_{k/k-1} \quad (2.2.26)$$

$$\hat{V}_k = L_k^b - A_k \hat{X}_{k/k} \quad (2.2.27)$$

Substituindo as equações acima na forma quadrática fundamental dada pela expressão (2.2.25), resulta:

$$\Phi = (\hat{X}_{k/k} - \hat{X}_{k/k-1})^T \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} (\hat{X}_{k/k} - \hat{X}_{k/k-1}) + (L_k^b - A_k \hat{X}_{k/k})^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} (L_k^b - A_k \hat{X}_{k/k}) = \text{mín} \quad (2.2.28)$$

sendo $\hat{X}_{k/k}$ é o estimador de X_k e $\hat{X}_{k/k-1}$ a estimativa da predição.

Desenvolvendo a (2.2.28) e minimizando a forma quadrática fundamental resultante em relação a $\hat{X}_{k/k}$, ou seja, igualando a zero a primeira derivada, tem-se:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \hat{X}_{k/k}} = (\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1}) \hat{X}_{k/k} - (\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} \hat{X}_{k/k-1}) + (A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k) \hat{X}_{k/k} - (A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} L_k^b) = 0 \quad (2.2.29)$$

Ou:

$$(\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k) \hat{X}_{k/k} - (\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} \hat{X}_{k/k-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} L_k^b) = 0 \quad (2.2.30)$$

A equação matricial acima representa um sistema de u equações normais, cuja solução é dada pelo vetor estado:

$$\hat{X}_{k/k} = (\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k)^{-1} (\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}^{-1} \hat{X}_{k/k-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} L_k^b) \quad (2.2.31)$$

Aplicando a lei de propagação de covariâncias à equação (2.2.29), obtêm-se a MVC da estimativa do vetor estado para a época t_k :

$$\Sigma_{\hat{x}_{k/k}} = G \cdot \Sigma \cdot G^T \quad (2.2.32)$$

A matriz Jacobiana é constituída pelos coeficientes do vetor estado predito e do vetor das observações, que em notação matricial é dada por:

$$G = \begin{bmatrix} N^{-1} \Sigma_{\hat{x}_{k/k-1}}^{-1} & : N^{-1} A^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.2.33)$$

sendo:

$$N = \Sigma_{\hat{x}_{k/k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \quad (2.2.34)$$

A MVC envolvida na propagação é formada pelas MVC's do vetor estado predito e do vetor estado das observações, representada por:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{x}_{k/k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_k^b} \end{bmatrix} \quad (2.2.35)$$

Substituindo a matriz Jacobiana (2.2.33) e a MVC (2.2.35) na equação de propagação de covariância dada por (2.2.32), resulta a MVC do vetor estado filtrada da época t_k :

$$\Sigma_{\hat{x}_{k/k}} = \left(\Sigma_{\hat{x}_{k/k-1}}^{-1} + A_k^T \Sigma_{L_k^b}^{-1} A_k \right)^{-1} \quad (3.2.36)$$

As equações (2.2.31) e (2.2.36) constituem as equações de filtragem, conhecidas como equações atualizadas das medidas, formando assim o ciclo de atualização. A equação (2.2.31) dá a melhor estimativa do estado para a época t_k , usando informações do estado predito e das observações.

Aplicando a propriedade da matriz inversa apresentada abaixo, chegaremos às expressões apresentadas por Kalman, porém com notações usadas na Geodésia. Seja então:

$$(C^{-1} + B^T D^{-1} B)^{-1} = C - C B^T (D + B C B^T)^{-1} B C \quad (2.2.37)$$

A igualdade acima é conhecida como identidade de SHURR. Fazendo a equivalência do primeiro membro da expressão (2.2.37) com as equivalentes nas equações de filtragem dadas por (2.2.31) e (2.2.36), resulta que:

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (L_k^b - A_k \hat{X}_{k/k-1}) \quad (2.2.38)$$

e

$$\Sigma_{\hat{X}_{k/k}} = (I - K_k A_k) \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} \quad (2.2.39)$$

onde:

$$K_k = \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} A_k^T (A_k \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} A_k^T + \Sigma_{L_k^b})^{-1} \quad (2.2.40)$$

A matriz K_k , conhecida como matriz ganho de Kalman, leva a uma estimativa ótima, ou seja, a uma estimativa de variância mínima.

As equações (2.2.17) e (2.2.21), juntamente com as (2.2.38), (2.2.39) e (2.2.40) formam as equações do Filtro de Kalman discreto para sistemas lineares, com o qual a estimativa do vetor estado e da MVC são calculadas recursivamente a partir dos valores iniciais.

$$\hat{X}_{0/0} \text{ e } \Sigma_{\hat{X}_{0/0}} ; t_k = 0$$

Para a estimativa das últimas épocas:

$$\hat{X}_{n/n} \text{ e } \Sigma_{\hat{X}_{n/n}} ; t_k = n$$

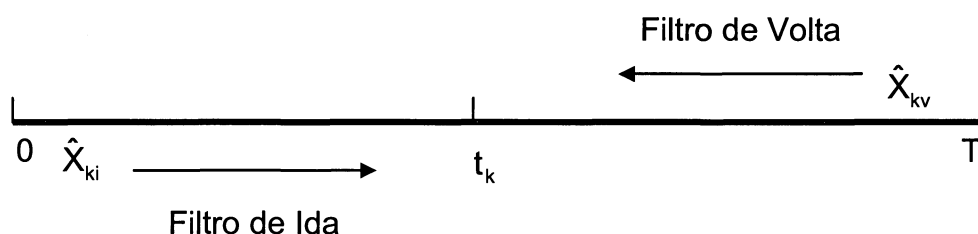
2.2.5 - Suavização ou "Kalman Smoothing" (Adaptado de GELB, 1974)

A filtragem, a predição e a suavização de dados de sistemas dinâmicos lineares tornaram-se muito importantes na Geodésia com a utilização dos sistemas inerciais. A estimativa de valores atuais e futuros de parâmetros de um sistema dinâmico baseada em dados atuais e em dados coletados em épocas anteriores, é chamada de predição e filtragem, e foi resolvida por KALMAN (1960). A estimação de parâmetros a partir de dados

coletados por um determinado período é chamada de suavização (KOCH, 1982).

Suavização é um método de pós-processamento que se utiliza de todas as medidas entre um tempo 0 e um tempo T, que serve para estimar o estado de um sistema num dado instante t_k , onde $0 \leq t_k \leq T$. A estimativa suavizada de X_k , baseada em todas as medidas entre 0 e T pode ser denotada por \hat{X}_{ks} . Um suavizador otimizado pode ser pensado como uma combinação apropriada de dois filtros otimizados. Um dos filtros, conhecido como “filtro de ida”, opera os dados anteriores a t_k , e produz a estimativa \hat{X}_{ki} . O outro filtro, chamado “filtro de volta”, opera os dados posteriores a t_k , gerando a estimativa \hat{X}_{kv} . Juntos, esses dois filtros utilizam todos os dados disponíveis, conforme a figura 3:

FIGURA 3 - VISÃO ESQUEMÁTICA DA SUAUIZAÇÃO NO FILTRO DE KALMAN (“KALMAN SMOOTHING”)



Procura-se um suavizador otimizado com a forma:

$$\hat{X}_{ks} = S_i \hat{X}_{ki} + S_v \hat{X}_{kv} \quad (2.2.41)$$

onde S_i e S_v são matrizes de ponderação, \hat{X}_{ki} e \hat{X}_{kv} os vetores estado preditos pelos filtros de ida e volta respectivamente. Substituindo cada uma das estimativas de equação acima pelo seu valor real correspondente, mais um erro de estimação, tem-se:

$$\tilde{X}_{ks} = (S_i + S_v - I)X_{ks} + S_i \tilde{X}_{ki} + S_v \tilde{X}_{kv} \quad (2.2.42)$$

Para os ruídos brancos \tilde{X}_{ki} e \tilde{X}_{kv} , deseja-se obter o erro branco da suavização, \tilde{X}_{ks} . Para tanto, iguala-se a expressão entre parênteses da equação (2.2.42) a zero. Isso leva a:

$$S_{kv} = I - S_{ki} \quad (2.2.43)$$

Conseqüentemente:

$$\tilde{X}_{ks} = S_i \tilde{X}_{ki} + (I - S_i) \tilde{X}_{kv} \quad (2.2.44)$$

Calculando a covariância do erro do suavizador, tem-se:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ks} &= E[\tilde{X}_{ks} \tilde{X}_{ks}^T] \\ \Sigma_{ks} &= S_i \Sigma_{ki} S_i^T + (I - S_i) \Sigma_{kv} (I - S_i)^T \end{aligned} \quad (2.2.45)$$

onde os termos \tilde{X}_{ki} e \tilde{X}_{kv} não estão envolvidos. Σ_{ks} é a MVC dos valores suavizados. Σ_{ki} e Σ_{kv} são as MVC dos filtros de ida e de volta, respectivamente.

Agora, é necessário determinar um valor para S_i de forma que o traço de Σ_{ks} seja minimizado. Assim, derivando a equação de Σ_{ks} em relação a S_i e igualando essa expressão a zero, tem-se:

$$0 = 2S_i \Sigma_{ki} + 2(I - S_i) \Sigma_{kv} (-I) \quad (2.2.46)$$

ou

$$S_i = \Sigma_{kv} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \quad (2.2.47)$$

E da mesma maneira:

$$I - S_i = \Sigma_{ki} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \quad (2.2.48)$$

Inserindo esses resultados em 3.2.45, obtém-se então:

$$\Sigma_{ks} = \Sigma_{kv} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \Sigma_{ki} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \Sigma_{kv} + \Sigma_{ki} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \Sigma_{kv} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \Sigma_{ki} \quad (2.2.49)$$

Por combinação sistemática dos termos da parte direita da equação acima, chega-se a:

$$\Sigma_{ks}^{-1} = \Sigma_{ki}^{-1} + \Sigma_{kv}^{-1} \quad (2.2.50)$$

Realizando manipulações similares na equação (2.2.41), encontra-se:

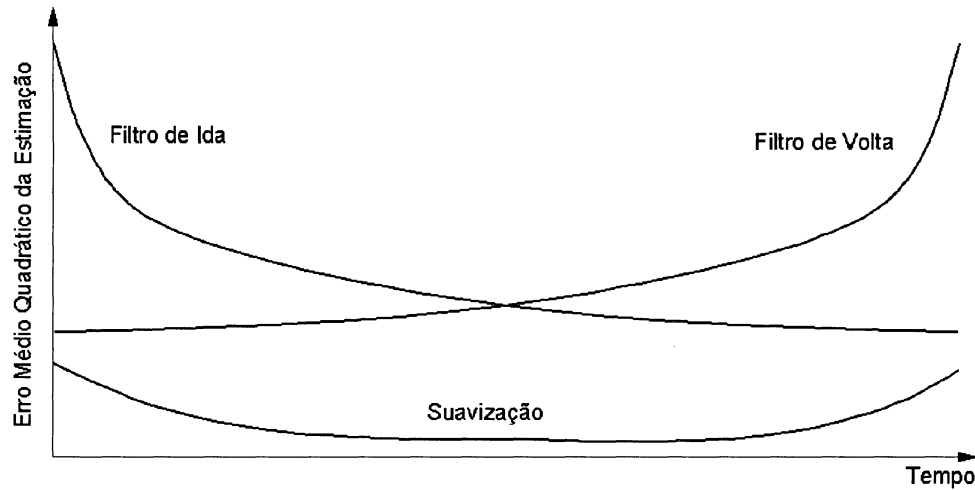
$$\begin{aligned} \hat{X}_{ks} &= S_i \hat{X}_{ki} + (I - S_i) \hat{X}_{ks} \\ \hat{X}_{ks} &= \Sigma_{kv} (\Sigma_{ki} + \Sigma_{kv})^{-1} \hat{X}_{ki} + \Sigma_{ki} (\Sigma_{kv} + \Sigma_{ki})^{-1} \hat{X}_{kv} \\ \hat{X}_{ks} &= (\Sigma_{ki}^{-1} + \Sigma_{kv}^{-1})^{-1} \Sigma_{ki}^{-1} \hat{X}_{ki} + (\Sigma_{ki}^{-1} + \Sigma_{kv}^{-1})^{-1} \Sigma_{kv}^{-1} \hat{X}_{kv} \end{aligned} \quad (2.2.51)$$

Finalmente, obtém-se o valor dos parâmetros suavizados:

$$\hat{X}_{ks} = \Sigma_{ks} \left(\Sigma_{ki}^{-1} \hat{X}_{ki} + \Sigma_{kv}^{-1} \hat{X}_{kv} \right) \quad (2.2.52)$$

Da equação (2.2.50), vemos que $\Sigma_{ks} \leq \Sigma_{ki}$ e também $\Sigma_{ks} \leq \Sigma_{kv}$. Isso significa que a estimativa suavizada de X_k é sempre melhor ou de igual qualidade que o resultado predito anteriormente. Isso é demonstrado graficamente na fig. (4):

FIGURA 4 - COMPORTAMENTO DOS FILTROS DE IDA E VOLTA E DO SUAVIZADOR OU INTERPOLADOR



FONTE: GELB (1974)

2.3 - Aerotriangulação por Ajustamento Simultâneo de Aerofotos

O modelo matemático para aerotriangulação analítica ou digital é constituído pelas equações projetivas (MITISHITA,1997 e ACKERMANN,2004):

$$\begin{aligned} x_n &= -c \cdot \frac{m_{11}(X_n - X_0) + m_{12}(Y_n - Y_0) + m_{13}(Z_n - Z_0)}{m_{31}(X_n - X_0) + m_{32}(Y_n - Y_0) + m_{33}(Z_n - Z_0)} \\ y_n &= -c \cdot \frac{m_{21}(X_n - X_0) + m_{22}(Y_n - Y_0) + m_{23}(Z_n - Z_0)}{m_{31}(X_n - X_0) + m_{32}(Y_n - Y_0) + m_{33}(Z_n - Z_0)} \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Onde:

(x_n, y_n) - Coordenadas fotogramétricas do ponto;

(X_n, Y_n, Z_n) - Coordenadas geodésicas do ponto;

(X_0, Y_0, Z_0) - Coordenadas do centro perspectivo da câmera;

c - distância focal da câmera;

$$M = R_x(\kappa) \cdot R_y(\varphi) \cdot R_z(\omega) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \text{Matriz de Rotações Eulerianas};$$

Na qual:

κ = Rotação em Z φ = Rotação em Y ω = Rotação em X

e:

$$R_x(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \quad R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad R_z(\kappa) = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Observa-se que o modelo (2.3.1) acima é da forma:

$$L_a = F(X_a) \quad (2.3.2)$$

Que linearizado produz (observe-se a diferença de sinal em relação à eq. 2.22):

$$AX + L = V \quad (2.3.3)$$

Onde, os significados dos termos são os usuais de ajustamento:

$$\begin{aligned} L &= L_0 - L_b \\ L_b^T &= [x_1, y_1, x_2, y_2 \dots x_n, y_n] \\ L_0 &= F(X_0) \\ X_{ini}^T &= [\kappa^{ini}, \varphi^{ini}, \omega^{ini}, X_0^{ini}, Y_0^{ini}, Z_0^{ini} \dots X_n^{ini}, Y_n^{ini}, Z_n^{ini}] \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

onde:

$\kappa^{ini}, \varphi^{ini}, \omega^{ini}, X_0^{ini}, Y_0^{ini}, Z_0^{ini}$ - Valores iniciais dos parâmetros de orientação exterior;

$X_n^{ini}, Y_n^{ini}, Z_n^{ini}$ - Valores iniciais das coordenadas dos pontos fotogramétricos no espaço objeto;

para:

$$\begin{aligned}
A &= \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X^a = X^{ini}} \\
X^T &= [\delta\kappa, \delta\phi, \delta\omega, \delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0 \dots \delta X_n, \delta Y_n, \delta Z_n] \\
X &= N^{-1}U \\
N &= A^T P A \\
U &= A^T P L
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

onde:

$\delta\kappa, \delta\phi, \delta\omega, \delta X_0, \delta Y_0, \delta Z_0$ - Valores das correções dos parâmetros de orientação exterior;

$\delta X_n, \delta Y_n, \delta Z_n$ - Valores das correções das coordenadas dos pontos fotogramétricos no espaço objeto;

Finalmente:

$$\begin{aligned}
X^a &= X^{ini} + X \\
\Sigma_x &= \hat{\sigma}_0^2 N^{-1}
\end{aligned} \tag{2.3.5}$$

onde:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u} \quad n = \text{número de observações} \quad e \quad u = \text{número de parâmetros}$$

Como visto acima, cada aerofoto num ajustamento em bloco tem seis parâmetros controlando sua posição e orientação no espaço. As coordenadas da estação de exposição, derivadas da coordenada da antena mais o vetor da mesma, são tratadas como observações diretamente no ajustamento por mínimos quadrados, através da adição de equações no ajustamento, ou injunções funcionais explícitas. Os três parâmetros de orientação (κ , ϕ e ω - também conhecidos como ângulos eulerianos) são computados durante o ajustamento do bloco.

Quando se trata de vôo apoiado, dependendo do tipo de metodologia a ser utilizada na realização da aerotriangulação, os ângulos eulerianos não necessitam ser medidos e inseridos no ajustamento. Isso só se faz necessário dependendo da montagem do sistema, se o bloco consiste em uma única faixa de vôo, ou ainda se não houver nenhum tipo de ponto de controle de campo.

Num bloco convencional com vôo apoiado, com alguns pontos de controle distribuídos nas bordas do bloco, não se faz necessária a medição dos ângulos de orientação (CURRY, 1993).

Os dados GPS permitem o cálculo de coordenadas do centro de fase da antena em intervalos regulares de tempo, como a cada meio segundo. As exposições, por outro lado, acontecem a qualquer tempo. Desta forma, as coordenadas do centro de fase no momento da exposição devem ser interpoladas. Alguns programas de ajustamento de bloco (LUCAS, 1989) permitem a importação direta dos centros de fase de toda a trajetória, e automaticamente interpolam as posições nos momentos das tomadas das aerofotos, e já corrigem automaticamente essas coordenadas para o centro perspectivo utilizando o vetor da antena. Outros programas requerem um processamento separado da interpolação.

Posições GPS são calculadas por um ajustamento por mínimos quadrados das observáveis da constelação GPS. Assim que um grupo de posições é determinado para uma mesma constelação, as posições são estatisticamente correlacionadas independentemente do tipo de observável utilizada (código ou fase portadora). Não seria correto simplesmente usar um mesmo peso nas coordenadas interpoladas das estações de exposição, ao invés de matriz variância-covariância dos parâmetros. Se uma análise rigorosa de propagação de covariância é esperada de um ajustamento em bloco que usa vôo apoiado, algumas modificações consideráveis no programa podem ser necessárias. Tal ação é provavelmente desnecessária na maioria das aplicações fotogramétricas, mas pode se tornar relevante em aplicações fotogramétricas avançadas, como na densificação de controle fotogramétrico.

O termo “ponto de controle aéreo” é definido como a posição de um ponto em uma aeronave no momento da tomada de uma aerofoto. Num contexto mais geral, aerotriangulações com controle aéreo já foram feitas na década de 60, quando o programa MUSAT, desenvolvido por ELASSAL (1983), foi usado para processar dados das missões orbitais lunares. Este foi o primeiro projeto de aerotriangulação que utilizou um programa de computador com injunções orbitais para estabelecer controle para mapeamento (SLAMA, 1980).

Comparado com toda a pesquisa e desenvolvimento mostrado por SLAMA (1980), a integração de pontos cinemáticos obtidos pelo GPS em uma aerotriangulação convencional é muito simples em termos matemáticos e computacionais, independente se esses pontos são afetados ou não por erros sistemáticos.

Pontos de controle aéreo são determinados com técnicas cinemáticas diferenciais de GPS. Excluindo os casos de mapeamentos em pequenas escalas, onde apenas o código C/A pode ser suficiente, as observações das fases L1 e L2 são utilizadas no levantamento cinemático com alta precisão (em torno de 10cm). Os algoritmos de processamento diferencial cinemático, especialmente os conhecidos como OTF (on-the-flight), desenvolveram-se a ponto de serem muito confiáveis, bem como o número de satélites e sua geometria, que permitem levantamentos cinemáticos precisos quase 24h por dia. O modelo matemático de aerotriangulação aqui demonstrado é o desenvolvido pela Universidade de Stuttgart, por ACKERMANN (1992) e que é aplicado na maioria dos softwares comerciais de aerotriangulação para voo apoiado.

2.3.1 - Desenvolvimento do Modelo Adaptado para Voo Apoiado

Tradicionalmente, a abordagem dos pesquisadores de Stuttgart (ACKERMANN, 1992 e COLOMINA, 1989 e 1993) leva em conta as transformações entre os diferentes sistemas geodésicos de referência utilizados nesse tipo de processamento. Com a recente oficialização do SIRGAS como sistema geodésico brasileiro, e levando em conta aplicações futuras da metodologia demonstrada abaixo, o procedimento matemático adotado a seguir supõe que todas as coordenadas utilizadas (pontos de apoio, pontos fotogramétricos, posições da antena GPS, posições dos CP's), estão referidas aos mesmos sistemas geodésicos horizontais e verticais, e devidamente transformadas para o referencial geodésico local.

Uma aerotriangulação para voo apoiado tem dois grandes grupos principais de equações. Um deles contém as equações de colinearidade, ou seja, é idêntico a uma aerotriangulação convencional. As coordenadas do centro de fase da antena são consideradas novas observações, e para cada

observação há uma nova equação. Conhecendo o vetor entre o CP e o CF, podemos utilizar a equação (5.1.1) do item (5.1.2).

O sistema de equações terá o seguinte padrão, e observe que ele segue o modelo paramétrico de ajustamento citado em (2.3):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -c \cdot \frac{m_{11}(X_1 - X_0) + m_{12}(Y_1 - Y_0) + m_{13}(Z_1 - Z_0)}{m_{31}(X_1 - X_0) + m_{32}(Y_1 - Y_0) + m_{33}(Z_1 - Z_0)} \\ y_1 = -c \cdot \frac{m_{21}(X_1 - X_0) + m_{22}(Y_1 - Y_0) + m_{23}(Z_1 - Z_0)}{m_{31}(X_1 - X_0) + m_{32}(Y_1 - Y_0) + m_{33}(Z_1 - Z_0)} \\ \vdots \\ X_{CF} = X_0 + m_{31} \cdot z_{CF} \\ Y_{CF} = Y_0 + m_{32} \cdot z_{CF} \\ Z_{CF} = Z_0 + m_{33} \cdot z_{CF} \end{array} \right. \quad (2.3.6)$$

onde:

(X_{CF}, Y_{CF}, Z_{CF}) - Coordenadas interpoladas do centro de fase da antena;

z_{CF} - Vetor da antena, determinado no referencial fotogramétrico;

No entanto, são conhecidos dois erros sistemáticos que afetam diretamente as coordenadas interpoladas do CF: um deslocamento causado por perdas do sinal GPS nas mudanças de faixa, e o "linear drift", que é o atraso progressivo do relógio do receptor GPS. Assim, as 3 últimas equações mostradas acima teriam o seguinte aspecto (COLOMINA, 1993 e ERIO, 1992):

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{CF} = X_0 + m_{31} \cdot z_{CF} + S_X + D_X \cdot (t - t_0) \\ Y_{CF} = Y_0 + m_{32} \cdot z_{CF} + S_Y + D_Y \cdot (t - t_0) \\ Z_{CF} = Z_0 + m_{33} \cdot z_{CF} + S_Z + D_Z \cdot (t - t_0) \end{array} \right. \quad (2.3.7)$$

onde:

(S_X, S_Y, S_Z) = Parâmetros de deslocamentos ou "shift";

(D_X, D_Y, D_Z) = Parâmetros do "linear drift";

t = Época da tomada da aerofoto;

t_0 = Época de referência.

2.4 - O Estado da Arte em Vão Apoiado

A situação dos trabalhos e desenvolvimentos em vão apoiado é muito distinta nas diversas partes do mundo. Na Europa e Estados Unidos, a tecnologia está avançando para o “georeferenciamento direto”, que é o uso de um GPS embarcado associado a um sistema de navegação e a uma câmara aerofotogramétrica. Nesse método, a aerotriangulação seria dispensada. No entanto, essa técnica ainda mostra resultados piores na restituição do que os blocos aerotriangulados convencionalmente ou apoiados somente com GPS. Nos países mais desenvolvidos, trabalhos com vão apoiado por GPS são muito comuns (GREENING, 2000). No Brasil, alguns estudos sobre georeferenciamento direto foram realizados por RUY (2004), nos quais são utilizados os dados de sistemas inerciais de baixo custo para auxiliar na automação da orientação automática de modelos estereoscópicos. Também houve estudos desenvolvidos por ARANA (1994), na parte de vão apoiado por GPS, bem como se pode ver em MAGRO (1992).

Tratando-se de vão apoiado por GPS com finalidade para aerotriangulação, já há uma experiência de quase dez anos em missões de sucesso. Em ACKERMANN (1994), 23 blocos processados com o método do vão apoiado são descritos. Todos os ajustamentos tiveram sucesso, mesmo com a utilização de diversos modelos de receptores GPS. Os projetos foram realizados em diversas regiões do mundo e foram realizados em várias escalas de vão (de 1:6.000 até 1:50.000). O tamanho dos blocos também variou grandemente, entre 12 e 1633 aerofotos. Houve também uma variação no número de faixas transversais, ou faixas de apoio, dependendo da forma e geometria dos blocos. A partir destas experiências, pode-se afirmar que o método é operacional e foi provado que em termos de aplicação é simples, robusto e confiável. Um resultado particularmente interessante é que em um dos blocos na escala 1:6.000 dois GPS de base foram utilizados, um no centro do bloco e outro a 400km de distância. Os dois conjuntos de dados GPS foram processados separadamente, e os resultados dos ajustamentos do bloco diferiram numa média de 1cm (ACKERMANN, 1996).

É notável, juntamente com a total funcionalidade, que a acurácia empírica dos blocos ajustados, no que se pôde observar a partir dos pontos de

verificação disponíveis em alguns blocos, que a precisão obtida está de acordo com as precisões teóricas previstas. Esses resultados são apresentados tanto em ACKERMANN (1994), quanto em BURMAN (1994). A boa acurácia obtida nos blocos estudados pelos pesquisadores citados acima pode ser comparada com blocos convencionais que utilizam-se de um número consideravelmente maior de pontos de controle (ACKERMANN, 1996).

3 - MATERIAL E MÉTODOS

Ao se estruturar um sistema para vôo apoiado, algumas componentes fundamentais devem ser estudadas. No presente trabalho, a idéia é realizar esta tarefa em cinco etapas fundamentais. A primeira etapa é a adaptação da aeronave para o vôo apoiado, ou seja, a montagem da antena GPS sobre a fuselagem do avião e a determinação da posição do seu centro de fase em relação ao centro perspectivo de uma Câmara Wild RC-10. A segunda etapa trata da geração e coleta dos dados para o vôo apoiado, e dos projetos de hardware e software para tal finalidade. A terceira etapa é o estudo de um algoritmo de interpolação, via Filtro de Kalman, a partir dos dados coletados pelo sistema montado na segunda etapa. A quarta etapa trata da modelagem da aerotriangulação, inserindo as coordenadas interpoladas para o centro de fase da antena GPS no momento da tomada da aerofoto (advindas da segunda etapa); e relacionando essas coordenadas com os centros perspectivos da câmera, utilizando-se dos resultados obtidos na primeira etapa do trabalho. A última etapa é a verificação dos dados, nas quais comparações entre coordenadas reais e obtidas pelas metodologias aplicadas permitirá uma análise da qualidade do sistema.

É importante ressaltar que um trabalho destes deve ter o apoio de empresas parceiras dispostas a trabalhar em conjunto com a pesquisa. O suporte técnico na parte de hardware será dado pela empresa Elima, pois vários trabalhos em eletrônica são necessários. O avião no qual o sistema foi implementado pertence à Aerosat Arquitetura Engenharia e Aerolevantamento, a qual também tem fornecido apoio em termos de dados, disponibilização de equipamentos, e algum suporte financeiro no que se refere aos levantamentos realizados até o presente momento.

3.1 - Determinação do Vetor Antena - Câmera

Durante o voo, os receptores GPS gravam informações de posição do centro de fase da antena GPS montada na aeronave, e posteriormente ocorre uma interpolação para a posição no momento da tomada da fotografia. Entretanto, para a aerotriangulação, as coordenadas necessárias são as do centro perspectivo da câmera. Desta forma, o vetor da antena, que é o vetor que relaciona o centro de fase da antena GPS com o centro perspectivo da câmera, torna-se fundamental no ajustamento do bloco, sendo assim necessária a sua determinação. Se a antena estiver locada ao longo do eixo ótico da câmera, o vetor consiste num único parâmetro. O vetor pode ser medido por técnicas de Fotogrametria de curta distância, ou com um levantamento topográfico de ângulos e distâncias, utilizando-se das marcas fiduciais como referência (CURRY, 1991). O fabricante da antena deve disponibilizar a localização do centro de fase na antena propriamente dita.

Com o objetivo de obter o centro perspectivo a partir das coordenadas do centro de fase, o vetor da antena deve ser transformado para o referencial cartesiano local. Para tanto, uma transformação de corpo rígido tridimensional pode ser aplicada, baseada no vetor calculado no referencial fotogramétrico, e nas três rotações eulerianas (κ , ϕ e ω). Durante o voo, a orientação da aeronave está em constante variação (e desta maneira o referencial fotogramétrico) em relação ao referencial geodésico local. Desta maneira as rotações são utilizadas na correção do vetor da antena.

Um ajustamento em bloco determina as componentes da atitude da aeronave na forma de parâmetros de orientação da câmera. Para o uso do voo apoiado, esse ajustamento deve ser modificado de forma a resolver a questão do vetor da antena, a ser corrigido junto com os demais parâmetros durante as iterações do ajustamento. Dessa maneira as coordenadas para os centros perspectivos podem ser calculadas. Deve observar-se que, na verdade, a posição da antena está fixa no ajustamento, enquanto a estação de exposição é ajustada, no espaço, em relação ao centro de fase da antena.

A discussão acima assume que a câmera está rigidamente ligada à aeronave. Tradicionalmente, as câmeras aéreas são projetadas de forma a permitir movimentos de rotação, para que o fotógrafo possa manter o eixo

óptico da câmera o mais próximo possível da vertical durante o voo, o que contribui para uma boa qualidade do recobrimento aerofotogramétrico. Dependendo da variação de atitude da aeronave durante o voo, manter a câmera totalmente fixa pode causar a geração de imagens significativamente não verticais. Se essa opção for adotada, deve haver uma margem de segurança nos recobrimentos longitudinais e transversais, de modo a garantir a geometria do bloco para a aerotriangulação.

Se os movimentos de rotação da câmera (numa operação denominada “nivelamento”) forem permitidos ao fotógrafo, as componentes do vetor da antena no referencial fotogramétrico irão variar. No caso da antena ser montada no eixo óptico da câmara, qualquer rotação adicionada durante o nivelamento (especialmente no ângulo κ , num movimento conhecido como “correção da deriva”), podem vir a ser ignorados, e o vetor da antena pode ser tratado como uma constante. A precisão requerida de cada projeto fotogramétrico irá determinar qual tipo de modelagem matemática será a mais adequada, e se os erros adicionados por tais simplificações são significantes ou não.

A antena GPS deve ser instalada na aeronave, em um local livre de obstruções e com uma minimização do efeito multicaminho. As posições recomendadas são sobre a fuselagem diretamente sobre o centro perspectivo da câmera, ou no topo do estabilizador vertical. Sobre a fuselagem há a vantagem de que o centro de fase da antena pode ser colocado ao longo do eixo óptico da câmera, o que simplifica consideravelmente as medidas e a modelagem do vetor antena. Entretanto, sobre a fuselagem pode ocorrer mais multicaminho (recepção de sinais refletidos adicionados ao sinal original), de outras partes da aeronave. Esse efeito degrada a precisão das posições calculadas. Dependendo da envergadura da asa e da posição da antena, pode ocorrer um maior número de perdas de sinal nas mudanças de faixa.

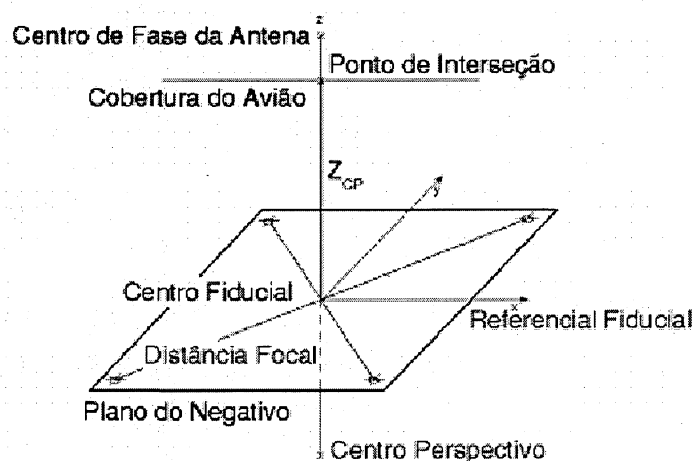
Do ponto de vista prático, a antena deve ser locada numa posição onde as posições determinadas serão as de melhor qualidade. Essa localização depende do projeto do avião. O vetor da antena pode ser modelado durante a aerotriangulação, mas o efeito multicaminho não tem como ser revertido no processamento.

No presente trabalho optou-se pela instalação da antena sobre o eixo da câmera, para a simplificação no processo de aerotriangulação. Nas seções seguintes é discutido o método utilizado para a instalação da antena e da medida do vetor câmera - antena. O procedimento abaixo consta em JUBANSKI et. al. (2004).

3.1.2 - Visão Teórica do Sistema

Considerando-se um avião na faixa de vôo, com a câmara fotogramétrica nivelada. Seja considerada também uma antena GPS localizada exatamente na vertical do centro perspectivo (CP), com o eixo óptico passante pelo centro de fase (CF) da antena GPS. Tomando o plano do negativo como base, temos:

FIGURA 5 - VISÃO ESQUEMÁTICA DA CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA



Admitindo uma simplificação na qual o referencial fiducial coincide com o referencial fotogramétrico, dada o fato de as coordenadas em questão são relacionadas ao espaço objeto, e não ao espaço imagem, pode-se considerar o caso de o centro de fase da antena ser determinado no referencial fotogramétrico. Assim, o ponto objeto (no referencial geodésico local) e o ponto imagem são coincidentes, e podem ser escritas as equações que relacionam o CP com o CF (centro de fase) da seguinte forma, conforme ARANA, 1994 e KUNTU-MENSAH, 1999:

$$\begin{bmatrix} X_{\text{foto}} \\ Y_{\text{foto}} \\ Z_{\text{foto}} \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} X_{\text{CF}} - X_0 \\ Y_{\text{CF}} - Y_0 \\ Z_{\text{CF}} - Z_0 \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

Onde:

$[X_{\text{foto}} \ Y_{\text{foto}} \ Z_{\text{foto}}]^T$ = Coordenadas do Centro de Fase no referencial fotogramétrico;

$[X_{\text{CF}} \ Y_{\text{CF}} \ Z_{\text{CF}}]^T$ = Coordenadas do centro de fase no referencial geodésico local;

$[X_0 \ Y_0 \ Z_0]^T$ = Coordenadas do Centro Perspectivo no referencial geodésico local;

M = Matriz de rotações.

Na situação proposta na Figura (5), X_{CF} e Y_{CF} são verticais ao CP, logo essas duas coordenadas fotogramétricas serão nulas. Essa segunda simplificação é possível pelo fato de que esperam-se erros na locação do centro de fase (em torno de 1cm), inferiores às coordenadas determinadas pelo GPS (em torno de 10cm). Assim, substituindo esses valores em (3.1.1) e isolando as coordenadas do centro de fase, tem-se:

$$\begin{bmatrix} X_{\text{CF}} \\ Y_{\text{CF}} \\ Z_{\text{CF}} \end{bmatrix} = M^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_{\text{foto}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (3.1.2)$$

Substituindo-se os valores conhecidos de M (ver item 2.3) e realizando o cálculo matricial em (3.1.2), obtém-se o seguinte modelo matemático:

$$\begin{cases} X_{\text{CF}} = \text{sen}(\varphi) \cdot Z_{\text{foto}} + X_0 \\ Y_{\text{CF}} = -\text{cos}(\varphi) \cdot \text{sen}(\omega) \cdot Z_{\text{foto}} + Y_0 \\ Z_{\text{CF}} = \text{cos}(\omega) \cdot \text{cos}(\varphi) \cdot Z_{\text{foto}} + Z_0 \end{cases} \quad (3.1.3)$$

onde:

$\kappa; \varphi; \omega$ - Rotações a partir dos eixos Z, X e Y respectivamente.

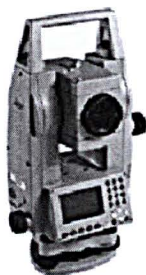
O sistema de equações (3.1.3) demonstra que se o centro de fase for colocado na vertical do plano do negativo, a relação entre o CP e o CF será independente de κ (rotação em z). O modelo acima supõe que a câmera não se movimenta dentro do avião, mas isso não ocorre na prática (HABIB, 1995). No entanto, sabe-se que a deriva é corrigida em κ e que esse é o maior ângulo que a câmara Wild RC-10 realiza independentemente dentro do avião, podendo chegar a 10° enquanto os demais ângulos de nivelamento variam em torno de $15'$, o que acarreta em erros de menos de 1cm no vetor antena. Assim, basta determinar o Z_{foto} em posição de voo para podermos utilizar o modelo (3.1.3) dentro da aerotriangulação, pois a variação do nivelamento entre o momento da determinação e durante o voo estará dentro de um limite aceitável, já que o modelo independe de κ .

A resolução do problema se resume, então, em duas tarefas: localizar a posição da vertical do centro perspectivo da câmera no teto do avião, e com essa informação, calcular o valor absoluto de Z_{CP} .

3.1.3 - Metodologia para a Determinação da posição do CP

Para a determinação dos ângulos e distâncias necessários para esta fase do trabalho, utilizou-se uma estação total LEICA modelo TC705, com precisão angular de $5''$ e de $2\text{mm} + 2\text{ppm}$ nas medidas de distâncias a LASER sem refletor (figura 6).

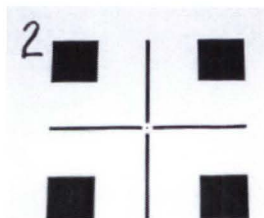
FIGURA 6 - ESTAÇÃO TOTAL LEICA TC-705



Foram materializados alvos em papel especial (figura 7), com um desenho indicando o centro do alvo. O centro do alvo possuía 5mm de diâmetro. No total foram fixados 47 alvos distribuídos uniformemente pelo

hangar, cujas dimensões aproximadas são de 17m de comprimento, 12m de largura, 4m de altura nas paredes e 8m na parte mais alta.

FIGURA 7 - ALVO IMPLANTADO



A aeronave utilizada neste foi uma Embraer Seneca II EMB810C, prefixo PT-EIK ano de fabricação 1977 (figura 8), pertencente a Aerosat Arquitetura Engenharia e Aerolevantamento.

FIGURA 8 - AERONAVE SENECA II - PT-EIK (AEROSAT)



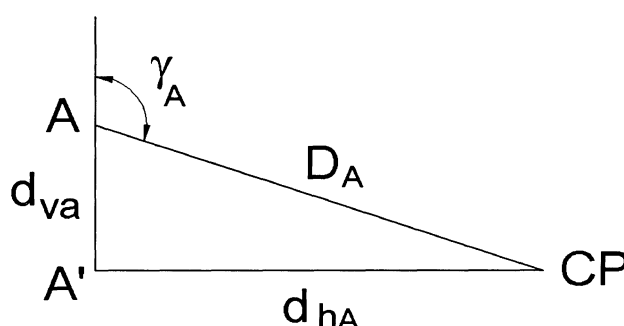
O método como um todo se constitui de três etapas fundamentais: a realização de um referencial local dentro do hangar onde se encontra o avião; a determinação da posição do CP nesse referencial com o avião nivelado com macacos hidráulicos (simulando uma posição ideal de voo); e finalmente, a locação dessa coordenada no topo da aeronave, e com isso determinação do valor absoluto de Z_{CP} .

Depois de instalados e numerados todos os alvos, foi escolhido um ponto próximo ao centro do hangar como centro do referencial local. A esse ponto foi arbitrada a coordenada (50;50;50). O equipamento foi instalado sobre esse ponto, e, utilizando-se da medida a LASER da estação total Leica TC 705 sem refletor, foram determinadas três vezes as coordenadas dos alvos, para depois ser calculada a média. Após a realização deste referencial local, o avião foi colocado dentro do hangar de forma que câmera ficou situada próxima à origem do sistema local (em torno de 30cm). Então, o avião foi colocado em

posição simulada de vôo utilizando-se de macacos hidráulicos, e este foi nivelado com pontos de nível situados próximas à cabine do piloto. A câmara também foi nivelada. Assim assumiu-se que a situação da figura (5) foi estabelecida. Para se materializar o centro fiducial da câmara foi adaptado um alvo utilizado-se de um diafilme, com as imagens das fiduciais colocadas cuidadosamente sobre as marcas fiduciais visíveis no plano do negativo. O centro foi marcado como a interseção das diagonais das marcas fiduciais

Para a determinação das coordenadas de maneira mais rígida possível, foram realizadas medidas de ângulos e distâncias entre pontos intermediários e a projeção do CP no plano do negativo. A solução baseia-se na determinação de coordenadas a partir das distâncias entre pontos conhecidos e o CP. Supondo dois pontos de coordenadas tridimensionais conhecidas, e considerando-se o ponto CP a ser determinado, a solução a partir de medidas angulares possui a configuração das figuras 9 e 10 abaixo. O “CP” aqui tratado é o centro do referencial fiducial no plano do negativo, o qual foi materializado com um filme que possui a imagem das marcas fiduciais, fixado sobre o cone da câmera, com as imagens das marcas posicionadas sobre as marcas reais. Nas figuras 9 e 10 este pontos está representado pó CP.

FIGURA 9 - DISPOSIÇÕES DOS ÂNGULOS VERTICAIS

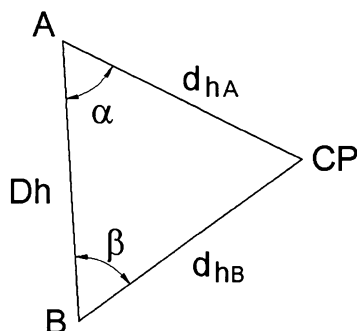


Da figura 9 tem-se, para o vértice A:

$$d_{hA} = D_A \cdot \sin(180^\circ - \gamma_A) \quad (3.1.4)$$

Da figura 10 tem-se, pela lei dos senos, para o vértice A:

FIGURA 10 - DISPOSIÇÕES DOS ÂNGULOS HORIZONTAIS



$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{D_A \cdot \text{sen}(180^\circ - \gamma_A)} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \alpha - \beta)}{D_h} \quad (3.1.5)$$

Onde:

α = Ângulo horizontal em A, entre B e CP;

β = Ângulo horizontal em B, entre A e CP;

γ_A = Ângulo vertical em A, visando CP;

D_A = Distância tridimensional entre A e CP;

D_h = Distância horizontal entre os pontos A e B;

d_{hA} = Distância horizontal entre A e CP.

Isolando D_A tem-se:

$$D_A = \frac{\text{sen}(\alpha) \cdot D_h}{\text{sen}(\gamma_A) \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)} \quad (3.1.6)$$

Aplicando a fórmula da distância tridimensional entre A e CP, e passando todos os elementos para o primeiro membro, a fim de tornar o modelo matemático funcional adequado ao modelo de ajustamento combinado, tem-se por fim:

$$\sqrt{(X_A - X_{CP})^2 + (Y_A - Y_{CP})^2 + (Z_A - Z_{CP})^2} - \frac{\text{sen } (\alpha).D_h}{\text{sen } (\gamma_A).\text{sen } (\alpha + \beta)} = 0 \quad (3.1.7)$$

Onde:

$X_A ; Y_A ; Z_A$ = Coordenadas do ponto A;

$X_{CP} ; Y_{CP} ; Z_{CP}$ = Coordenadas do CP.

Da mesma maneira, para o vértice B, tem-se:

$$\sqrt{(X_B - X_{CP})^2 + (Y_B - Y_{CP})^2 + (Z_B - Z_{CP})^2} - \frac{\text{sen } (\beta).D_h}{\text{sen } (\gamma_B).\text{sen } (\alpha + \beta)} = 0 \quad (3.1.8)$$

Onde:

$X_B ; Y_B ; Z_B$ = Coordenadas do ponto B.

Para a determinação das coordenadas dos pontos intermediários (A e B, por exemplo), foram realizadas medidas de distâncias a LASER entre o centro óptico da estação total e os pontos do referencial local. Conhecidas as coordenadas e as distâncias foram ajustadas as coordenadas, utilizando-se do método paramétrico, como visto em GEMAEL (1994), aplicado ao seguinte modelo matemático funcional:

$$D_P = \sqrt{(X_I - X_P)^2 + (Y_I - Y_P)^2 + (Z_I - Z_P)^2} \quad (3.1.9)$$

Onde:

D_P = Distância medida entre o ponto intermediário e o ponto visado;

$X_I ; Y_I ; Z_I$ = Coordenadas do ponto intermediário;

$X_P ; Y_P ; Z_P$ = Coordenadas do ponto visado.

O procedimento de campo consiste de duas etapas para cada ponto intermediário: primeiro, medem-se as distâncias entre os pontos do referencial local e o ponto intermediário. Para a medição dos ângulos horizontais foram instalados alvos no chão; pois a segunda etapa constitui-se em medir a maior quantidade possível desses ângulos, visando melhor geometria e superabundância de dados. Também nessa etapa foram medidos os ângulos

verticais entre os pontos intermediários e o CP. Em todas as medidas angulares são realizadas três séries de leituras em posição direta e inversa da luneta.

Durante o procedimento prático, verificou-se a possibilidade de se medir diretamente a distância entre o ponto intermediário e o CP. Dessa forma, foram adicionadas ao ajustamento angular mais algumas observações diretas de distância. O modelo matemático de ajustamento para a determinação do CP é o combinado, pois tanto parâmetros e observações são ajustados, e porque não se podem separar as observações dos parâmetros. De forma semelhante às distâncias calculadas via ângulos, as equações das medidas diretas das distâncias ficou:

$$\sqrt{(X_I - X_{CP})^2 + (Y_I - Y_{CP})^2 + (Z_I - Z_{CP})^2} - D = 0 \quad (3.1.10)$$

Onde:

$X_I ; Y_I ; Z_I$ = Coordenadas do ponto intermediário;

$X_{CP} ; Y_{CP} ; Z_{CP}$ = Coordenadas do CP;

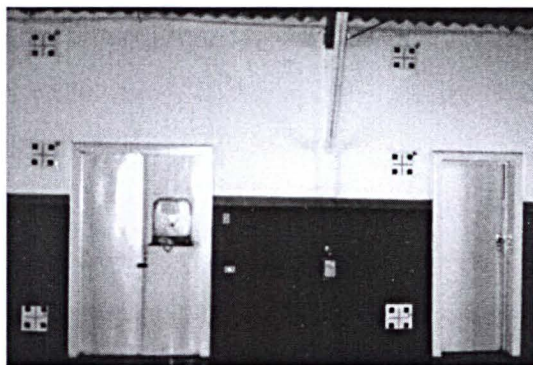
D = Distância medida a LASER.

Nas figuras 11 e 12 abaixo tem-se uma visão geral do levantamento realizado:

FIGURA 11 - VISÃO GERAL DO LEVANTAMENTO



FIGURA 12 - DISPOSIÇÃO DOS ALVOS



Após todas as medidas foi realizado o ajustamento, combinando as equações angulares (3.1.7 e 3.1.8), com as lineares (3.1.10), cujos resultados serão discutidos adiante.

Determinadas as coordenadas do CP, procedeu-se a locação das coordenadas planas no topo da aeronave. Para tanto, escolheu-se um ponto de visada adequada e foi determinada a coordenada do mesmo pelo método descrito para os pontos intermediários. A coordenada plana do CP é conhecida, logo basta calcular a distância plana entre o ponto determinado e o CP, mais uma direção em relação a um dos pontos do referencial local. Utilizando-se da medida de distância a LASER da Estação Total Leica TC-705, determinou-se, após várias tentativas, a posição do CP sobre a aeronave. Os resultados obtidos são apresentados ao final deste trabalho.

3.2 - Algoritmo de Interpolação com Filtro de Kalman

Um dos problemas clássicos resolvidos via filtro de Kalman (Kalman, 1960) é a estimação da posição de um objeto em movimento em uma dada época t_k , sendo conhecidas as suas coordenadas em épocas anteriores e posteriores a essa época (Gelb, 1974). No entanto, os “softwares” mais comuns para interpolação em sistemas de vôo apoiado não utilizam dessa técnica, sendo preferidos interpoladores baseados em polinômios, que apesar de apresentarem bons resultados, não têm um modelo físico que represente a dinâmica de uma aeronave na faixa de vôo.

Ao se observar o comportamento dinâmico de um avião na faixa de vôo, é facilmente notado que o movimento do mesmo se aproxima muito do

movimento retilíneo uniforme. O avião sofre pequenas variações de velocidade, devido à turbulência e algum tipo de aceleração durante o movimento. Assim, será necessário interpolar independentemente a posição para cada tomada de aerofoto. Para tanto, um intervalo de 5 observações antes e 5 depois da aerofoto será utilizado. Desta maneira, uma taxa de 1Hz no GPS corresponde a um período de interpolação de 10 segundos. Se a taxa for de 5Hz, haverá uma janela de 2 segundos. Em intervalos curtos de tempo, a aceleração pode ser considerada como parte dos erros randômicos da interpolação, juntamente com a turbulência. Essa simplificação deve ser aceita para que se tenha um modelo linear de ajustamento, e assim o filtro de Kalman possa ser implementado.

Um dos fundamentos básicos do movimento retilíneo uniforme no espaço tridimensional é a independência do movimento para cada um dos eixos cartesianos. Desta forma, a interpolação tridimensional é realizada de duas maneiras diferentes. Num primeiro estágio, as três coordenadas (X,Y,Z) são interpoladas de forma independente: primeira para o eixo X, depois para o eixo Y e por fim para o eixo Z. Para este último eixo, o interpolador sempre apresenta um desempenho reduzido, pois a aeronave tende a subir e descer abruptamente nas turbulências. Assim, em vôos mais turbulentos, o interpolador pode errar vários centímetros. Numa segunda etapa, as correlações entre as coordenadas X, Y e Z, advindas do processamento GPS cinemático (Monico, 2000), serão levadas em conta.

3.2.1 - Cálculo dos Valores Iniciais

Conhecidas as coordenadas de pontos GPS da trajetória da aeronave no referencial geodésico local (X,Y,Z) de um recobrimento aerofotogramétrico, determinadas através de um processamento “On-The-Flight” (OTF), e suas respectivas épocas t_{ki} , medidas com um cronômetro independente do relógio do receptor GPS, pode-se ajustar, para cada eixo coordenado, uma reta que representa o MRU do avião:

$$\begin{cases} x_{ki} = v_x \cdot t_{ki} + x_0 \\ y_{ki} = v_y \cdot t_{ki} + y_0 \\ z_{ki} = v_z \cdot t_{ki} + z_0 \end{cases} \quad (3.2.1)$$

onde:

x_{ki}, y_{ki}, z_{ki} - Coordenadas para a época t_{ki} ;

v_x, v_y, v_z - Velocidades para o intervalo.

Na prática, reduz-se o valor de t_{ki} ao valor da primeira observação, assim cada ponto interpolado se utilizará de um referencial de tempo próprio, referido à primeira observação do trecho. No ajustamento, consideram-se as coordenadas como observações e as épocas (tempos) como constantes, e assim, determinam-se os valores $x_{ki}, y_{ki}, z_{ki}, v_x, v_y, v_z$, os quais formam o vetor de parâmetros iniciais $\hat{X}_{0/0}$ do filtro de Kalman.

3.2.2 - Ciclos de Predição e Filtragem

Como demonstrado no item anterior, a modelagem matemática envolve coordenadas, tempos e conseqüentemente velocidades.

O modelo de predição, ou modelo dinâmico, é o que relaciona a época t_k com a época t_{k-1} . As equações para o modelo dinâmico são:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + v_{x_{k-1}} (t_k - t_{k-1}) \\ v_{x_k} = v_{x_{k-1}} + w_{v_k} \end{cases} \quad (3.2.2)$$

A primeira equação do sistema acima (3.2.2) representa a variação das coordenadas no tempo, e vem das equações do MRU. A segunda equação é a que modela as variações (w_{v_k}) da velocidade entre as épocas. Essa variação é considerada independente de $\hat{X}_{0/0}$. Para cada intervalo, admite-se, a partir de conhecimento prévio do problema, que w_{v_k} não influencia a média da velocidade, e que obedece a distribuição normal, com variância correspondente a 1% da velocidade média. Desta forma, para uma velocidade média de 20m/s,

tem-se um w_{v_k} com média zero, e um desvio padrão de 0,2m/s (Camargo, 1992).

Em notação matricial, tem-se para o modelo dinâmico:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ v_{x_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (t_k - t_{k-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ v_{x_{k-1}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w_{v_k} \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

O termo mais importante dessa equação é a matriz T , ou matriz de transição do modelo dinâmico, definida por:

$$T_{k/k-1} = \begin{bmatrix} 1 & (t_k - t_{k-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

A predição ou estimação do vetor estado na época t_k , baseado em dados de t_{k-1} se dá da seguinte maneira:

$$\hat{X}_{k/k-1} = T_{k/k-1} \cdot \hat{X}_{k-1} \quad (3.2.5)$$

$$\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} = T_{k/k-1} \cdot \Sigma_{\hat{X}_{k-1}} \cdot T_{k/k-1}^T + \Sigma_{\hat{W}_k} \quad (3.2.6)$$

Onde, segundo o determinado anteriormente, com v_x dos valores iniciais:

$$\Sigma_{\hat{W}_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [(v_x) \cdot 0,01]^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

O segundo ciclo, ou ciclo de filtragem ocorre nos pontos onde há a coordenada determinada pelo GPS. No presente trabalho, são 5 antes e 5 depois da época t_k . Neste ciclo, os valores preditos anteriormente (neste caso x_k e v_{x_k}), bem como seus desvios padrões, são recalculados, com base na predição e no valor real observado para o ponto em questão. Da mesma maneira mostrada acima, o sistema a ser resolvido e o que se segue:

$$\mathbf{x}_k^b = \mathbf{x}_k + \varepsilon_{x_k} \quad (3.2.8)$$

Matricialmente, o sistema a ser resolvido é:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{v}_{x_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{x_k} \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

O termo mais importante acima é a matriz A:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.10)$$

A partir das equações de filtragem (3.2.38) (3.2.39) e (3.2.40):

$$\mathbf{K}_k = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}} \mathbf{A}_k^T \left(\mathbf{A}_k \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}} \mathbf{A}_k^T + \Sigma_{L_k^b} \right)^{-1} \quad (3.2.11)$$

onde $\Sigma_{L_k^b}$ é a variância da coordenada determinada no processamento dos dados GPS. Na seqüência:

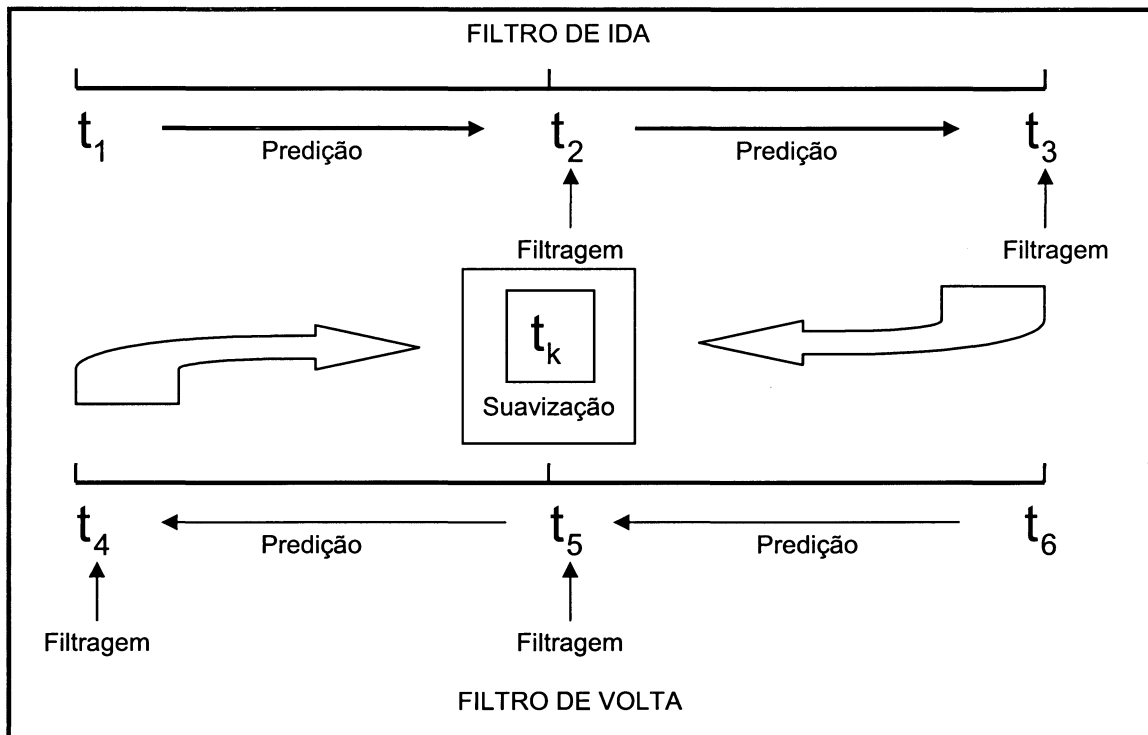
$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k \left(L_k^b - \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \right) \quad (3.2.12)$$

e

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k/k}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{A}_k) \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}} \quad (3.2.13)$$

O processo acima se repete desde a primeira época do intervalo até t_k , no filtro de ida. De maneira idêntica, o procedimento se realiza desde a última época do intervalo até o momento da tomada da aerofoto, t_k , no filtro de volta. No final dos dois processos têm-se os dados necessários para o procedimento de suavização, conforme a figura (13), na qual, para simplificar a visualização, serão colocadas apenas três épocas antes e depois do ponto a ser interpolado.

FIGURA 13 - ALGORITMO DE INTERPOLAÇÃO COM "KALMAN SMOOTHING"



3.2.3 - Suavização dos Dados

Após os vários ciclos de predição e filtragem, chega-se ao último ciclo de predição, que é onde ocorre a determinação do vetor estado para o tempo de interesse, chamado t_k . Na verdade, essa determinação ocorre por duas vias: o filtro de ida e o filtro de volta. Desta forma, tem-se dois vetores estado estimados, e suas matrizes variância-covariância. Seguindo a notação adotada nas seções anteriores, tem-se os seguintes vetores estados:

$$\hat{X}_{ki} = \begin{bmatrix} x_{ki} \\ v_{x_{ki}} \end{bmatrix} \quad \text{para o filtro de ida, e sua respectiva MVC } \Sigma_{ki}$$

e

$$\hat{X}_{kv} = \begin{bmatrix} x_{kv} \\ v_{x_{kv}} \end{bmatrix} \quad \text{para o filtro de volta, e sua respectiva MVC } \Sigma_{kv}.$$

Assim, a suavização é a aplicação das expressões (2.2.50) e (2.2.52):

$$\Sigma_{ks}^{-1} = \Sigma_{ki}^{-1} + \Sigma_{kv}^{-1} \quad \text{para o cálculo da MVC e;}$$

$$\hat{X}_{ks} = \Sigma_{ks} \left(\Sigma_{ki}^{-1} \hat{X}_{ki} + \Sigma_{kv}^{-1} \hat{X}_{kv} \right) \quad \text{para o cálculo do vetor estado suavizado.}$$

Os resultados obtidos são utilizados na aerotriangulação. O mesmo procedimento, aqui mostrado para o eixo X, é empregado nos eixos Y e Z. É muito importante ressaltar, que além das coordenadas, também será obtida a velocidade estimada da aeronave no momento da tomada da aerofoto, a qual pode ser um dado a mais a ser inserido na aerotriangulação, como será visto.

3.2.4 - Algoritmo Completo com Solução Simultânea

Uma modificação proposta ao algoritmo acima apresentado, foi a inclusão das correlações entre as coordenadas obtidas pelo GPS, ou melhor, entre as coordenadas (X,Y,Z) de cada ponto. Para isso, se faz necessária a solução simultânea para as coordenadas (X,Y,Z) e suas respectivas velocidades. Desta forma, o modelo dinâmico fica da seguinte maneira:

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + v_{x_{k-1}} (t_k - t_{k-1}) \\ v_{x_k} = v_{x_{k-1}} + w_{v_{xk}} \\ y_k = y_{k-1} + v_{y_{k-1}} (t_k - t_{k-1}) \\ v_{y_k} = v_{y_{k-1}} + w_{v_{yk}} \\ z_k = z_{k-1} + v_{z_{k-1}} (t_k - t_{k-1}) \\ v_{z_k} = v_{z_{k-1}} + w_{v_{zk}} \end{cases} \quad (3.2.14)$$

A matriz de transição toma a seguinte forma:

$$T_{k/k-1} = \begin{bmatrix} 1 & (t_k - t_{k-1}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (t_k - t_{k-1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (t_k - t_{k-1}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.15)$$

A solução da predição se dá igual ao algoritmo apresentado acima. A matriz $\Sigma_{\hat{w}_k}$ tem a seguinte configuração:

$$\Sigma_{\hat{w}_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [(v_x) \cdot 0,01]^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [(v_y) \cdot 0,01]^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [(v_z) \cdot 0,01]^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.16)$$

Para o ciclo de filtragem, o modelo matemático fica da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_k^b = x_k + \varepsilon_{x_k} \\ y_k^b = y_k + \varepsilon_{y_k} \\ z_k^b = z_k + \varepsilon_{z_k} \end{cases} \quad (3.2.17)$$

A matriz A toma então a seguinte configuração:

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

Na equação (3.2.11) $\Sigma_{L_k^b}$ passa a ser a matriz variância-covariância dos pontos onde ocorre a filtragem dos dados, ao invés de ser simplesmente a variância da coordenada.

3.3 - Montagem Física do Sistema

Para a coleta dos dados para vôo apoiado, o receptor GPS e a câmera aérea devem ser conectados de forma que os eventos de interesse, como as exposições fotográficas, possam ser armazenados correlacionados com as posições determinadas pelo GPS. Câmeras aéreas modernas têm um chamado “pulso de exposição”, o qual indica o instante da tomada da aerofoto. Câmeras mais antigas devem ser modificadas para poderem gerar tal pulso, mas a precisão é inferior às câmaras modernas. Um atraso no pulso pode ocorrer, e tal atraso deve ser calibrado ou modelado matematicamente na aerotriangulação.

Os receptores GPS gravam dados a intervalos constantes, nas chamadas “épocas”, cuja frequência deve ser ajustada pelo operador. O intervalo típico para aplicações aerofotogramétricas fica entre meio segundo e um segundo. Contudo, as exposições fotográficas de câmeras aerofotogramétricas convencionais, ocorrem a intervalos irregulares, de forma que as posições determinadas pelo GPS não correspondem exatamente às tomadas das fotografias. Desta maneira, a posição da câmera deve ser interpolada a partir das posições determinadas pelo GPS. Teoricamente, algumas câmaras podem gravar os tempos de exposição com precisão, e a interpolação pode ser feita utilizando-se desse tempo. No entanto, pelo fato de os receptores GPS terem uma base de tempo muito precisa, e pelo fato de que vários receptores permitem uma simples conexão com a câmera, é preferível gravar os eventos ocorridos no receptor. Toda vez que uma exposição acontece, o pulso da câmera é enviado para o receptor, e uma marca de tempo e um identificador são gravados.

O uso de um pulso enviado pela câmara no momento da exposição gera o questionamento do que realmente define o “momento de exposição”. Em câmaras com compensadores de arrasto, o “momento da exposição” ocorre quando as marcas fiduciais são registradas no filme fotográfico. No entanto, em câmeras mais antigas, a situação não é clara. Segundo a literatura, a imagem é criada tão logo que um número suficiente de fótons atinge os cristais de prata, que permitam a localização de pontos no terreno. Esse instante seria o momento da tomada da aerofoto. Os erros causados por

esses tipos de determinação de tempo são geralmente pequenos, mas para mapeamentos de alta precisão em grandes escalas, esse erro pode ser significativo. Alguns programas para ajustamento em bloco (LUCAS, 1989), por exemplo, permitem ao usuário corrigir erros sistemáticos na cronometragem das épocas de exposição.

3.3.1 - Câmara Wild RC-10 (UFPR)

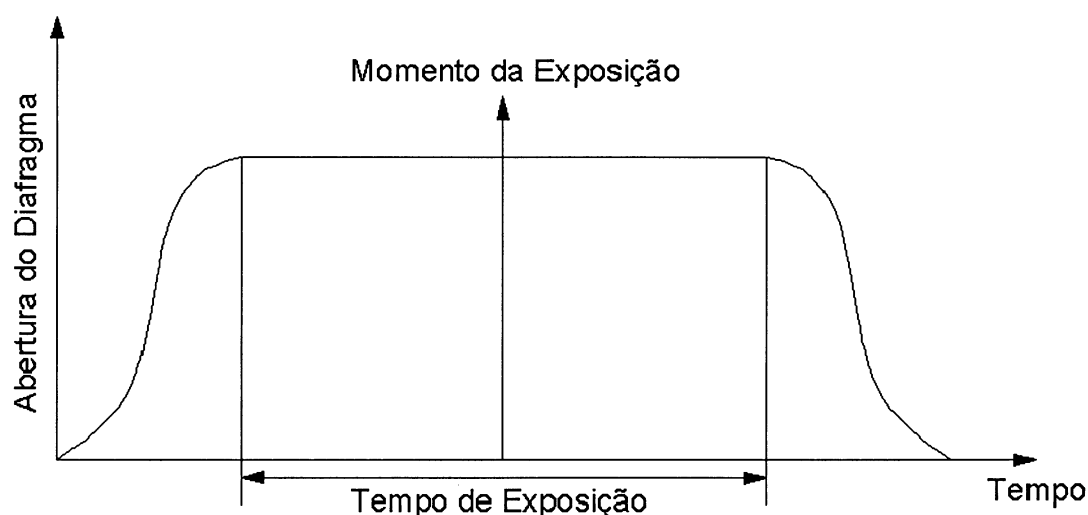
A Câmara Wild RC-10 (figura 14) é um modelo antigo, porém muito robusto e confiável de câmara fotogramétrica. No entanto, ela não está preparada para vôos apoiados por GPS, pois na época de seu projeto e construção tais métodos ainda não eram difundidos como hoje. Para que seja possível a realização de vôos apoiados por GPS utilizando-se de uma RC-10, é necessário que a câmara seja adaptada.

Como foi visto anteriormente, é necessário o conhecimento do momento da tomada da aerofoto, sendo a câmera responsável por enviar um sinal no momento em que a aerofoto foi tomada. Sabendo-se que o tempo médio de exposição é de $1/200s$, ou $5ms$ (figura 15), pode-se concluir que este é um intervalo bastante grande de tempo, se comparado com a precisão de $1ms$ exigida para a cronometragem dos eventos, sendo necessária uma montagem extremamente cuidadosa do hardware que enviará o sinal. A adaptação foi desenvolvida pelo técnico Francisco Mauro da Empresa ELIMA.

FIGURA 14 - CÂMARA WILD RC-10



FIGURA 15 - ABERTURA DO DIAFRAGMA DA CÂMARA WILD RC-10



O hardware consiste num sensor associado ao obturador da câmera, que envia um sinal no momento em que o obturador tem sua abertura máxima. No entanto, o obturador permanece aberto por 5ms, que é o tempo de exposição, e sendo definido o momento da tomada da aerofoto, uma época exatamente no meio deste período de abertura, conforme figura 15 mostrada acima.

3.3.2 - Integração GPS - Câmera via Computador

Uma forma de se obter um sistema para vôo apoiado é a utilização de um Laptop no avião, que recebe informações do receptor GPS (no caso, mensagens NMEA) e a mensagem de foto da câmera. O GPS é ajustado para enviar a mensagem ZDA (hora zulu - leia-se tempo universal - e data) exatamente no momento da observação. No Laptop, um programa trabalha com duas entradas seriais (COM1 e COM4), via protocolo RS-232, recebendo em cada porta os dados de um dos dispositivos. Ao receber o primeiro caractere de cada mensagem, um cronômetro de alta resolução ("high resolution timer") é acessado e o programa grava a mensagem recebida com o tempo cronometrado, referente ao "boot" do Laptop.

Apesar de teoricamente funcionar perfeitamente, o sistema pode falhar. A precisão da medida de tempo não é rigorosamente conhecida, apesar de teoricamente poder atingir os nanossegundos. No entanto, o tempo que a CPU leva para processar os comandos é alto se comparado com a precisão

teórica de nanosegundos. Além do mais, o custo computacional do processamento é alto, podendo gerar várias falhas de cronometragem. Sendo os dados obtidos neste trabalho de natureza experimental, poderão ser utilizados no decorrer desta pesquisa, sabendo-se de antemão que haverá problemas de processamento. A solução ideal a ser implementada é via hardware: um cronômetro com precisão real de 1ms ou melhor, com duas entradas seriais, sendo monitoradas por um “chip” cada uma.

3.4 - Metodologia de Aerotriangulação

As operações básicas da Fotogrametria são a recessão, que consiste na determinação da posição e orientação de uma imagem no espaço; e a intersecção, que é o cálculo de coordenadas no referencial geodésico, de um ponto cujas coordenadas fotogramétricas foram observadas em duas ou mais aerofotos. A integração dessas duas operações é conhecida como aerotriangulação por feixes de raios, ou ajustamento simultâneo *de fotos*, pois tanto parâmetros de orientação quanto coordenadas geodésicas são calculadas simultaneamente (MIKHAIL, 2001). Apesar de matematicamente conhecidas desde o século XIX, as equações de colinearidade só puderam ser implementadas com a ajuda da computação, e com a melhora desta, esses modelos matemáticos podem ser aperfeiçoados, obtendo-se melhores resultados. Da mesma forma, com a introdução do GPS como ferramenta de posicionamento básico na Fotogrametria, melhora-se a qualidade das coordenadas dos pontos de apoio, bem como possibilita-se o uso da técnica conhecida como vôo apoiado.

A unidade geométrica elementar na Fotogrametria moderna é o raio de luz, o qual conecta um ponto no espaço objeto (num referencial geodésico), o centro perspectivo da câmera e a projeção do ponto na imagem. Uma aerofoto pode ser considerada um feixe de raios convergindo para o centro perspectivo da câmera, cuja coordenada é desconhecida. O ajustamento de feixes de raios (*“Bundle Block Adjustment”*) é o processo que estabelece a posição e a orientação de cada feixe (aerofoto), bem como as coordenadas no espaço objeto dos pontos fotogramétricos, num único ajuste, o que confere ao método uma alta confiabilidade.

Com a introdução das imagens digitais na Aerofotogrametria (tanto aerofotos digitalizadas quanto fotografias digitais de pequeno formato), o meio de armazenamento da imagem sofreu mudanças consideráveis: os grãos de prata foram substituídos pelos pixels. As imagens digitais, bem com a melhoria significativa nos computadores, levam a pesquisa em Fotogrametria no sentido da automação da aerotriangulação e da restituição fotogramétrica. Na verdade, a visão da utilização da aerotriangulação como método de densificação de pontos passou a ser muito restrita. A aerotriangulação tem por objetivo, determinar a orientação e posição da câmara, para que esses dados sejam utilizados na determinação de coordenadas das feições de interesse. Este trabalho tentará compatibilizar as tecnologias e métodos atuais e tradicionais, com um bom custo benefício para as organizações interessadas na implementação de técnicas de vôo apoiado por GPS.

Tradicionalmente, muitos pontos de controle são necessários para que uma aerotriangulação tenha bons resultados. No entanto, usando-se o GPS na determinação de coordenadas dos centros perspectivos, no método conhecido como vôo apoiado, esse número pode ser reduzido em até 80%, teoricamente sem perda de precisão. Nesse método, na verdade, são determinadas as coordenadas do centro de fase da antena GPS no momento da tomada da fotografia, e, sendo conhecido o vetor entre o CP e o centro de fase (vetor antena), essas coordenadas podem ser adicionadas no modelo matemático fundamental da aerotriangulação analítica, na forma de injunções funcionais.

Neste trabalho serão realizados estudos sobre a integração das diversas partes do sistema apresentado nos itens anteriores, de forma a avaliar seu desempenho. Serão implementados dois modelos de aerotriangulação para vôo apoiado, baseados na forma tradicional (ver a seção 4.3.1), e em um modelo que envolve a velocidade da aeronave, pois esse dado estará disponível pelo processo de interpolação via filtro de Kalman.

Os sistemas de vôo apoiado têm vários erros sistemáticos que devem ser corrigidos. Normalmente, esses erros são agrupados em dois conjuntos de parâmetros: os erros de “*shift*” e de “*linear drift*”. Os erros de “*shift*” são erros advindos do processamento GPS cinemático em forma de deslocamentos na trajetória do avião devido a perdas de sinal não detectadas (CURRY,1993 e COLOMINA,1993). Os erros de “*linear drift*”, ou de arrastamento, são causados

pelo fato de o relógio que faz a cronometragem não ser perfeito e ter seu tempo lentamente atrasado. O modelo matemático convencional para aerotriangulação com voo apoiado é o conjunto das equações abaixo, (3.4.1) e (3.4.2), apresentadas em COLOMINA (1993) e ACKERMANN (1992):

$$\begin{cases} x_n = -c \cdot \frac{m_{11}(X_n - X_0) + m_{12}(Y_n - Y_0) + m_{13}(Z_n - Z_0)}{m_{31}(X_n - X_0) + m_{32}(Y_n - Y_0) + m_{33}(Z_n - Z_0)} \\ y_n = -c \cdot \frac{m_{21}(X_n - X_0) + m_{22}(Y_n - Y_0) + m_{23}(Z_n - Z_0)}{m_{31}(X_n - X_0) + m_{32}(Y_n - Y_0) + m_{33}(Z_n - Z_0)} \end{cases} \quad (3.4.1)$$

$$\begin{cases} X_{CF} = X_0 + m_{31} \cdot z_{CF} + S_X + D_X \cdot (t - t_0) \\ Y_{CF} = Y_0 + m_{32} \cdot z_{CF} + S_Y + D_Y \cdot (t - t_0) \\ Z_{CF} = X_0 + m_{33} \cdot z_{CF} + S_Z + D_Z \cdot (t - t_0) \end{cases} \quad (3.4.2)$$

onde:

(x_n, y_n) - Coordenadas fotogramétricas de um ponto;

(X_n, Y_n, Z_n) - Coordenadas do ponto no referencial geodésico local;

(X_0, Y_0, Z_0) - Coordenadas do centro perspectivo da câmera no referencial geodésico local;

(X_{CF}, Y_{CF}, Z_{CF}) - Coordenadas interpoladas do centro de fase da antena no referencial geodésico local;

c - distância focal da câmera;

m_{ij} - Elementos da matriz de rotações;

z_{CF} - Altura do centro de fase em relação ao centro perspectivo;

(S_X, S_Y, S_Z) = Parâmetros de deslocamentos ou “shift”;

(D_X, D_Y, D_Z) = Parâmetros do “linear drift”;

t = Época da tomada da aerofoto;

t_0 = Época de referência.

No entanto, observa-se que existem três parâmetros para o erro de relógio, sendo que só há um relógio envolvido no sistema. Não há parâmetro

que explicita o atraso do sistema. Assim, pode-se supor uma superparametrização do modelo. Desta forma, conhecida a velocidade da aeronave (obtida com o interpolador por filtro de Kalman), e considerando um atraso do sinal, é possível reescrever o modelo matemático corrigindo a velocidade interpolada:

$$\begin{cases} X_{CF} = X_0 + m_{13}Z + S_X + \left(\frac{vx}{DL(t - t_0)} \right) \cdot \Delta t \\ Y_{CF} = Y_0 + m_{23}Z + S_Y + \left(\frac{vy}{DL(t - t_0)} \right) \cdot \Delta t \\ Z_{CF} = Z_0 + m_{33}Z + S_Z + \left(\frac{vz}{DL(t - t_0)} \right) \cdot \Delta t \end{cases} \quad (3.4.3)$$

Onde:

vx, vy, vz - componentes da velocidade da aeronave;

DL - parâmetro de “linear drift” afetando somente os tempos e velocidades;

Δt - parâmetro de atraso do sistema (atraso percebido - ver figura 16).

O modelo acima, desenvolvido neste trabalho, é equivalente ao convencional, mas com um parâmetro a menos por faixa. É importante ressaltar que os parâmetros dos erros sistemáticos devem ser calculados para cada faixa de vôo, ou então para todo o bloco, e nunca para cada fotografia, pois isso tornaria o sistema inviável. Neste trabalho, serão calculadas correções para cada faixa.

3.4.1 - Resolução do Sistema de Equações Normais da Aerotriangulação

Um dos aspectos mais relevantes no desenvolvimento de sistemas para aerotriangulação é a resolução do sistema de equações normais, principalmente no que se trata da inversão da matriz N do ajustamento. Essa operação é facilmente realizada por programas matemáticos, como o MatLab, mas a demora na inversão de matrizes muito grandes acaba tornando o processo de pesquisa muito lento, prejudicando seus resultados. Assim, se faz

necessário um processo que acelere a resolução do sistema. Neste trabalho, será utilizado o particionamento da matriz N (ver ANDRADE, 2004) para acelerar a resolução das equações normais.

A solução para a correção dos parâmetros é:

$$X = -N^{-1} \cdot U \quad (3.4.4)$$

Não é interessante calcular a inversa de N , assim, será feita uma substituição. Será ignorado o sinal negativo da expressão, o qual será reinserido mais tarde:

$$N \cdot X = U \quad (3.4.5)$$

O padrão bandado da matriz N é conhecido (fig. 16), e por isso esta será particionada da seguinte maneira, bem como as matrizes X e U :

FIGURA 16 - PARTICIONAMENTO DA MATRIZ N

N_{11}	N_{12}	N_{13}	*	=	U_1	
N_{21}	N_{22}	N_{23}			X_2	U_2
N_{31}	N_{32}	N_{33}			X_3	U_3

onde, para a matriz N :

N_{11} - Coeficientes para os parâmetros de orientação exterior das aerofotos;

N_{12} - Coeficientes que relacionam os parâmetros de orientação exterior com as coordenadas dos pontos fotogramétricos e de apoio;

N_{13} - Coeficientes que relacionam os parâmetros de orientação exterior com os parâmetros adicionais do vôo apoiado;

N_{22} - Coeficientes para os pontos fotogramétricos e de apoio;

N_{33} - Coeficientes para os parâmetros adicionais do vôo apoiado.

Para a matriz X:

X_1 - Parâmetros de orientação exterior das aerofotos;

X_2 - Coordenadas dos pontos fotogramétricos e de apoio;

X_3 - Parâmetros adicionais do vôo apoiado.

Para a matriz U:

U_1 - Coeficientes dos parâmetros de orientação exterior das aerofotos;

U_2 - Coeficientes das coordenadas dos pontos fotogramétricos e de apoio;

U_3 - Coeficientes dos parâmetros adicionais do vôo apoiado.

Representando-se o sistema acima matricialmente, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (3.4.6)$$

Realizando-se o produto acima, chega-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} N_{11}X_1 + N_{12}X_2 + N_{13}X_3 = U_1 \end{cases} \quad (5.4.7)$$

$$\begin{cases} N_{21}X_1 + N_{22}X_2 + N_{23}X_3 = U_2 \end{cases} \quad (5.4.8)$$

$$\begin{cases} N_{31}X_1 + N_{32}X_2 + N_{33}X_3 = U_3 \end{cases} \quad (5.4.9)$$

Isolando X_2 em (3.4.8), obtém-se:

$$X_2 = N_{22}^{-1}(U_2 - N_{21}X_1 - N_{23}X_3) \quad (3.4.10)$$

Substituindo-se X_2 em (3.4.7):

$$N_{11}X_1 + N_{12}[N_{22}^{-1}(U_2 - N_{21}X_1 - N_{23}X_3)] + N_{13}X_3 = U_1 \quad (3.4.11)$$

$$N_{11}X_1 + N_{12}(N_{22}^{-1}U_2 - N_{22}^{-1}N_{21}X_1 - N_{22}^{-1}N_{23}X_3) + N_{13}X_3 = U_1 \quad (3.4.12)$$

$$N_{11}X_1 + N_{12}N_{22}^{-1}U_2 - N_{12}N_{22}^{-1}N_{21}X_1 - N_{12}N_{22}^{-1}N_{23}X_3 + N_{13}X_3 = U_1 \quad (3.4.13)$$

Agrupando-se termos em (3.4.13), tem-se:

$$\begin{cases} K_1 = N_{11} - N_{12}N_{22}^{-1}N_{21} \\ K_2 = N_{13} - N_{12}N_{22}^{-1}N_{23} \\ K_3 = N_{12}N_{22}^{-1}U_2 \end{cases} \quad (3.4.14)$$

Desta forma, chega-se a:

$$K_1X_1 + K_2X_3 + K_3 = U_1 \quad (3.4.15)$$

$$X_1 = K_1^{-1}(U_1 - K_2X_3 - K_3) \quad (3.4.16)$$

Substituindo-se X_2 e X_1 em (3.4.9):

$$N_{31}[K_1^{-1}(U_1 - K_2X_3 - K_3)] + N_{32}\{N_{22}^{-1}[U_2 - N_{21}K_1^{-1}(U_1 - K_2X_3 - K_3)]\} + N_{33}X_3 = U_3 \quad (3.4.17)$$

$$\begin{aligned} & N_{31}K_1^{-1}U_1 - N_{31}K_1^{-1}K_2X_3 - N_{31}K_1^{-1}K_3 + N_{32}N_{22}^{-1}U_2 - N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}U_1 + \\ & + N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}K_2X_3 + N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}K_3 + N_{33}X_3 = U_3 \end{aligned} \quad (3.4.18)$$

Realizando um segundo agrupamento, em (3.4.18):

$$J_1 = N_{33} + N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}K_2 - N_{31}K_1^{-1}K_2 \quad (3.4.19)$$

$$J_2 = N_{31}K_1^{-1}U_1 - N_{31}K_1^{-1}K_3 + N_{32}N_{22}^{-1}U_2 - N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}U_1 + N_{32}N_{22}^{-1}N_{21}K_1^{-1}K_3 \quad (3.4.20)$$

Assim:

$$J_1X_3 + J_2 = U_3 \quad (3.4.21)$$

$$X_3 = J_1^{-1}(U_3 - J_2) \quad (3.4.22)$$

Como se deseja calcular o mínimo possível de inversas, realizam-se algumas adaptações. A matriz N_{22} é composta por várias matrizes 3×3 na sua diagonal principal (matriz bloco diagonal). A inversa deste tipo de matriz é obtida pela inversão de cada uma das matrizes quadradas que a compõem, numa operação com baixo custo computacional. Sendo esta a maior matriz do ajustamento, a determinação simplificada da sua inversa é relevante. Assim, a primeira adaptação é:

$$K_0 = N_{22}^{-1} \quad (3.4.23)$$

Sabe-se, também, que N_{23} e N_{32} são nulas, e que $N_{21} = N_{12}^T$. Observa-se que a matriz K_1 sempre é utilizada na sua forma inversa. Assim, K_1 também será redefinida. Realizando estas simplificações, o algoritmo para a resolução do sistema de equações normais toma a seguinte forma:

Primeiramente, determinada K_0 , determinam-se as matrizes K_n :

$$\begin{cases} K_1 = (N_{11} - N_{12}K_0N_{12}^T)^{-1} \\ K_2 = N_{13} \\ K_3 = N_{12}K_0U_2 \end{cases} \quad (3.4.24)$$

Numa segunda etapa, calculam-se as matrizes J_n :

$$\begin{cases} J_1 = N_{33} - N_{31}K_1K_2 \\ J_2 = N_{31}K_1U_1 - N_{31}K_1K_3 \end{cases} \quad (3.4.25)$$

Finalmente, determinam-se os parâmetros X_3, X_1 e X_2 , nesta ordem. Neste ponto, o sinal negativo da (3.4.4), o qual foi retirado no começo do processo, deve ser recolocado:

$$\begin{cases} X_3 = -J_1^{-1}(U_3 - J_2) \\ X_1 = -K_1(U_1 - K_2 X_3 - K_3) \\ X_2 = -K_0(U_2 - N_{12}^T X_1) \end{cases} \quad (3.4.26)$$

Observa-se a lógica do algoritmo no sistema (3.4.26), pois primeiro determina-se o menor conjunto de parâmetros (os adicionais do vôo apoiado), depois o grupo intermediário (os parâmetros de orientação exterior das aerofotos), e por fim o grande grupo de parâmetros das coordenadas dos pontos fotogramétricos e de apoio. A maior matriz a ser invertida é de dimensão $(6 \times \text{número de fotos})$, pois a maior matriz envolvida no processamento, N_{22} , de dimensões $(3 \times \text{número de pontos})$, é invertida separadamente, tornando-se K_0 .

Na prática, o uso do algoritmo acima reduz pela metade o tempo de processamento de um bloco 87 aerofotos (de 3min40s para 1min25s), no ambiente MatLab, o que é uma diferença significativa. Num programa comercial esse ganho pode ser ainda maior.

3.4.2 - Teste da Confiabilidade das Observações do Vôo Apoiado

A avaliação de precisões obtidas no ajustamento de uma rede de pontos (como numa aerotriangulação), consiste em comparar as precisões obtidas no ajustamento com um determinado padrão. Basicamente, pretende-se que o elipsóide de erros obtido esteja dentro de um elipsóide de erros padrão para o ajuste realizado. Assim, pode-se verificar a confiabilidade da rede ajustada (FÖRSTNER, 1985).

Neste trabalho será aplicada parte da metodologia proposta por BAARDA (1967, 1968, 1973, 1976), conhecida como teste Data-Snooping, na análise dos resíduos obtidos nas coordenadas de centro de fase adicionadas no ajustamento da aerotriangulação.

Seja o ajuste em bloco resolvido pelo sistema de equações normais:

$$Lb + V = AX + F \quad (3.4.27)$$

Onde Lb é o vetor de observações, V o vetor dos resíduos, A é a matriz das derivadas em relação aos parâmetros, X o vetor de correções e F o valor que se obtém da aplicação dos parâmetros corrigidos no modelo matemático funcional. A solução clássica do sistema é:

$$X = -(A^T \cdot P \cdot A)^{-1} A^T \cdot P \cdot (F - Lb) \quad (3.4.28)$$

A matriz variância-covariância dos resíduos é dada por:

$$\Sigma_v = P^{-1} - A \cdot (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \quad (3.4.29)$$

Os resíduos a serem utilizados no teste são obtidos da seguinte maneira:

$$V = \Sigma_v \cdot P \cdot (F - Lb) \quad (3.4.30)$$

Por definição, o número de redundância de cada observação é dado por. (FÖRSTNER, 1979):

$$r_i = (\Sigma_v \cdot P)_{ii} \quad (3.4.31)$$

Os números de redundância variam entre 0 e 1. Observações com $r = 1$ são completamente controláveis, enquanto $r = 0$ mostra que a observação não pode ser controlada. A redundância relativa do bloco fotogramétrico é dada por:

$$\bar{r} = \frac{\sum_1^n (r_n)}{n} \quad (3.4.32)$$

Em um bloco fotogramétrico, esse valor varia entre 0,2 e 0,5. Uma redundância relativa de 0,5 indica forte geometria. Entretanto, nas observações, os valores estão em torno de 0,1, demonstrando que localmente

a geometria é fraca. O quadro (1) abaixo mostra os valores limites para as redundâncias obtidas no ajustamento (FÖRSTNER, 1985):

QUADRO 1 - LIMITES PARA A REDUNDÂNCIA DAS OBSERVAÇÕES

Bom	Aceitável	Ruim	Não-aceitável
$r_i > 0.5$	$0.1 \leq r_i < 0.5$	$0.04 \leq r_i < 0.1$	$r_i \leq 0.04$

FONTE: FÖRSTNER (1985)

A próxima etapa no teste data snooping consiste na determinação do resíduo padronizado de cada observação. Primeiramente, determinam-se os desvios-padrão dos resíduos:

$$\sigma_{v_i} = \sigma_{Lb(i)} \sqrt{r_i} \quad (3.4.33)$$

Calcula-se, então, o resíduo padronizado de cada observação:

$$w_i = \frac{v_i \cdot \sqrt{p_i}}{\sqrt{r_i}} \quad (3.4.34)$$

Este valor será utilizado no teste estatístico, sendo comparado com um valor crítico k . Esse valor k depende do nível de significância do teste ($S = 1 - \alpha_0$). Se o resíduo padronizado ultrapassa o valor de k , há a suspeita de que a observação em questão esteja com problemas. Num procedimento prático, analisam-se somente os dados com estatísticas piores, levando em consideração a relação entre o resíduo (v_i), controlabilidade (r_i), e o resíduo padronizado (w_i). É importante ressaltar que, um resíduo padronizado alto pode ser causado por um peso errado. Assim, uma observação não pode ser automaticamente rejeitada caso seu w_i seja um pouco maior que k . Um importante parâmetro a ser levado em consideração é o poder do teste estatístico - β . O quadro 2 abaixo mostra a relação entre o nível de significância, o valor crítico do teste e o poder do mesmo. Observa-se que um erro pode ser mais facilmente detectado quando β aumenta e k diminui:

QUADRO 2 - RELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DO TESTE DATA SNOOPING

$S = 1 - \alpha_0$	k	β
99,99%	3,29	76%
99,70%	3,00	84%
99,00%	2,56	93%
95,00%	1,96	98%

FONTE: FÖRSTNER (1985)

Neste trabalho foi implementado o teste para análise das observações adicionais do vôo apoiado. Para os testes apresentados, seguindo o indicado pela literatura, o valor limite de k foi de 3, com uma significância de 99,7% e um poder do teste de 84%.

4 - RESULTADOS

4.1 - Determinação do Vetor Antena

A tabela (1) abaixo mostra os resultados obtidos para os pontos intermediários necessários para o levantamento citado no item (3.1.3):

TABELA 1 - COORDENADAS DOS PONTOS INTERMEDIÁRIOS E DESVIO PADRÃO (σ)

Ponto	X(m)	$\sigma_x(m)$	Y(m)	$\sigma_y(m)$	Z(m)	$\sigma_z(m)$
1	47.891	0.001	45.544	0.001	50.376	0.006
2	45.726	0.003	45.342	0.002	50.410	0.023
3	44.606	0.002	48.167	0.001	50.403	0.004
4	46.563	0.000	51.743	0.000	50.398	0.003
5	51.501	0.000	50.289	0.000	50.777	0.003
6	47.158	0.001	46.619	0.000	50.393	0.003

Como se pode observar, a precisão em z é sempre muito inferior do que em x e y, pois a distribuição espacial dos pontos em z é muito mais fraca do que a distribuição em x e y, devido à dificuldade de se elevar o equipamento e obter melhor geometria em z. No ponto 2 houve problemas na execução do levantamento e por isso a precisão desse ponto ficou abaixo dos demais.

A tabela 2 abaixo mostra os resultados obtidos para o ponto CP no plano do negativo:

TABELA 2 - COORDENADAS DO PONTO CP E DESVIO PADRÃO (σ)

Ponto	X(m)	$\sigma X(m)$	Y(m)	$\sigma Y(m)$	Z(m)	$\sigma Z(m)$
CP	50.222	0.002	50.255	0.001	49.672	0.003

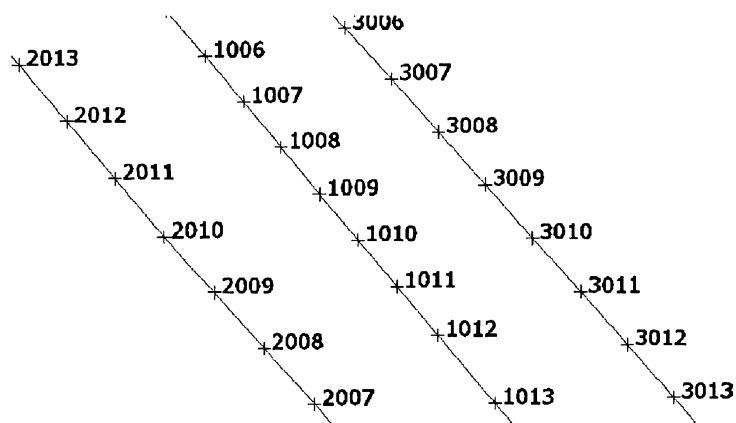
Após a locação das coordenadas X e Y no teto do avião, obteve-se um Z de 50.357m. Assim, considerando que entre o CP real e o plano do negativo a distância é c (distância focal: 153,172mm); e que entre a base da antena e o centro de fase (média entre L1 e L2) são 15mm, tem-se um Z_{CP} de 0.853m entre o CP real e o centro de fase, valor este que será utilizado nas aerotriangulações. Quanto ao método pode-se afirmar que o mesmo teve êxito, pois foi possível determinar com precisão adequada a posição da vertical do CP no teto de avião, condição necessária para a diminuição ao máximo, dentro do processamento da aerotriangulação, das influências dos movimentos independentes da câmara, e da diferença entre a posição da determinação e desta em vôo.

No trabalho realizado, por se tratar da primeira realização prática, algumas das condições apresentadas não foram as ideais, o que causou a eliminação, durante o ajustamento, do ponto 2 no ajuste angular e do ponto 4 no ajuste por distâncias. No entanto, como o ajuste final combina ângulos e distâncias, o modelo matemático se apresentou bastante rígido e com um resultado dentro da precisão necessária à utilização prática dos dados. Assim, foi instalada a antena o mais próximo possível do eixo óptico, minimizando-se erros e facilitando-se a adequação do modelo matemático da aerotriangulação à realidade física.

4.2 - Coordenadas Interpoladas

Os resultados mostrados abaixo são advindos de um vôo realizado do dia 10/02/2004 sobre a cidade de São Miguel D'Oeste em Santa Catarina. A taxa de recepção do GPS foi de 1s, e os dados pós-processados com o software Leica SkiPro 1.0. A escala das aerofotos foi de 1:10.000, e o tempo médio entre as exposições de 12s. Na figura 18 a linha vermelha representa a trajetória da aeronave e os pontos são as posições interpoladas da antena GPS no momento da tomada da aerofoto:

FIGURA 17 - AMOSTRA DE TRÊS FAIXAS DE VÔO



O software implementado, o qual ainda está em desenvolvimento, com base no algoritmo mostrado na seção (3.2) tem como resultantes os seguintes dados: as coordenadas geográficas dos pontos interpolados, em dado referencial geodésico (no caso o SAD69); as velocidades da aeronave no momento da tomada da aerofoto, referidas ao sistema cartesiano do referencial geodésico; e as precisões das coordenadas. Nas tabelas abaixo vêm-se alguns dados obtidos:

TABELA 3 - COORDENADAS GEOGRÁFICAS INTERPOLADAS

Foto	Latitude	Longitude	Altitude (m)
1006	26°42'41,6327"S	53°31'49,2162"W	2260.348
1007	26°42'59,2536"S	53°31'33,5519"W	2265.785
1008	26°43'16,9155"S	53°31'18,1378"W	2266.123
1009	26°43'35,1615"S	53°31'02,3029"W	2264.839
1010	26°43'52,9326"S	53°30'46,5949"W	2263.283
1011	26°44'10,9585"S	53°30'30,5162"W	2263.853
1012	26°44'29,8350"S	53°30'13,7142"W	2261.419
1013	26°44'56,3894"S	53°29'50,1281"W	2259.425

TABELA 4 - VELOCIDADES OBTIDAS (EM M/S) - REFERENCIAL GEODÉSICO

CARTESIANO

Foto	Vx	Vy	Vz	Tempo (s)
1006	20.568	43.726	-47.362	878.8591
1007	19.749	43.717	-47.566	889.0954
1008	19.091	44.162	-47.597	899.3187
1009	19.282	44.369	-47.558	909.8119
1010	19.937	44.781	-47.457	920.0662
1011	19.787	44.541	-47.195	930.5525
1012	19.737	44.570	-47.435	941.4926
1013	19.762	44.947	-47.369	956.8271

Da tabela 3 pode-se concluir que as acelerações sofridas pela aeronave são muito pequenas e realmente podem ser consideradas como parte dos

erros randômicos que ocorrem no sistema. Uma próxima etapa do trabalho, a qual está em andamento, é a utilização dos dados obtidos numa aerotriangulação, e então observar o comportamento final do interpolador. Até o presente momento, o uso de um interpolador baseado em filtro de Kalman está se mostrando promissor, sendo necessária uma melhor avaliação do seu desempenho.

4.3 - Testes do Interpolador

Os resultados abaixo são advindos de um voo realizado do dia 16/02/2004 sobre a cidade de Chapecó em Santa Catarina. A taxa de recepção do GPS foi de 1s, e os dados pós-processados com o software Leica GeoOffice 1.0.

O procedimento consiste em se interpolar cada ponto processado do GPS em relação aos seus 5 vizinhos anteriores e 5 posteriores, conforme algoritmo exposto em (3.2). A diferença entre o valor real (obtido pelo processamento GPS) e o valor interpolado pode dar uma boa noção do comportamento real do interpolador. A interpolação é feita num referencial geodésico local, mas as diferenças apresentadas abaixo estão no referencial UTM SAD-69, Fuso 22 (-51° GR). Serão testados os dois interpoladores apresentados (simples e completo), e a diferença entre os interpoladores.

4.3.1 - Testes do Interpolador Simples

Uma primeira análise consiste em observar um trecho relativamente longo, com cerca de 200 épocas. No eixo Y é apresentado o erro para determinado eixo coordenado, e no eixo X são representadas as épocas testadas. Essa configuração é válida em todas as figuras que mostram a distribuição dos erros ao longo do tempo.

FIGURA 18 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 1

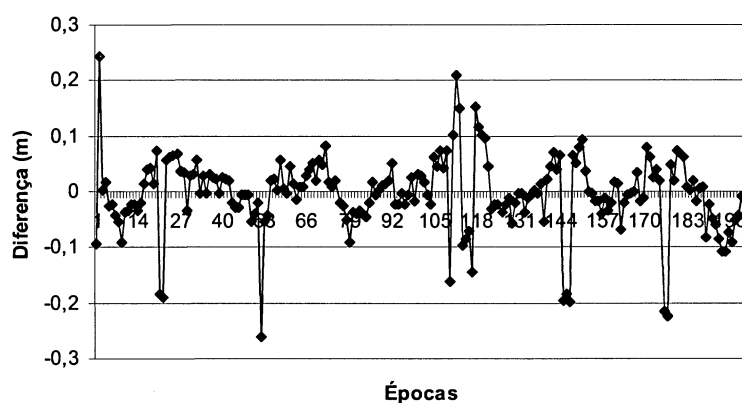


FIGURA 19 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 1

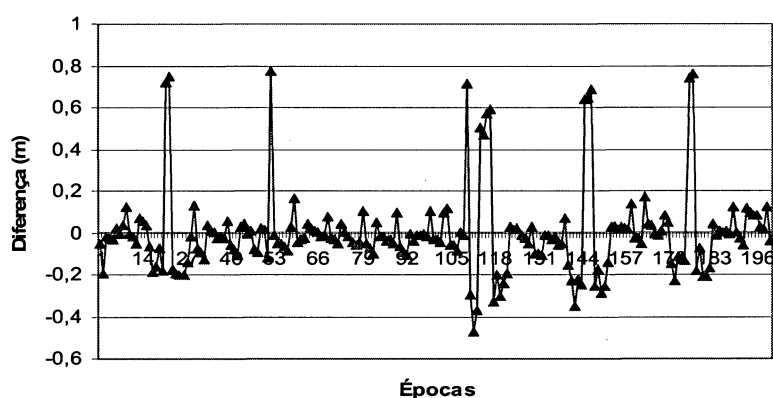
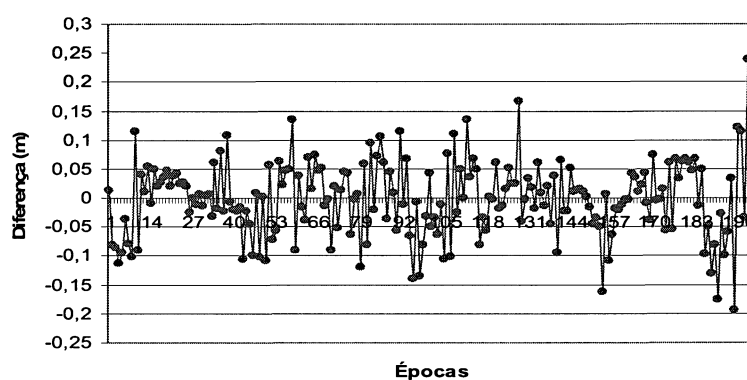


FIGURA 20 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 1



É verificado que, principalmente na coordenada N, existem diferenças consideráveis ocorrendo em ciclos de aproximadamente 30 épocas, e em alguns casos com intervalos de 60 épocas. Este erro é ocasionado provavelmente por falha no sistema operacional (Windows). Sabe-se que o movimento da aeronave é predominantemente norte-sul (direção de vôo de

aproximadamente 17°), desta forma atribuem-se essas diferenças maiores aos erros de cronometragem realizados por um Laptop, citados anteriormente, pois sendo o interpolador baseado em tempo e velocidade, os erros tendem a aparecer onde a velocidade é mais alta. Na aerotriangulação, esses erros podem ser detectados utilizando-se o método citado na seção (3.4.2). Desta maneira, para se avaliar estatisticamente potencial do interpolador serão utilizados trechos de 60 épocas, nos quais o cronômetro teve um comportamento regular.

FIGURA 21 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 2

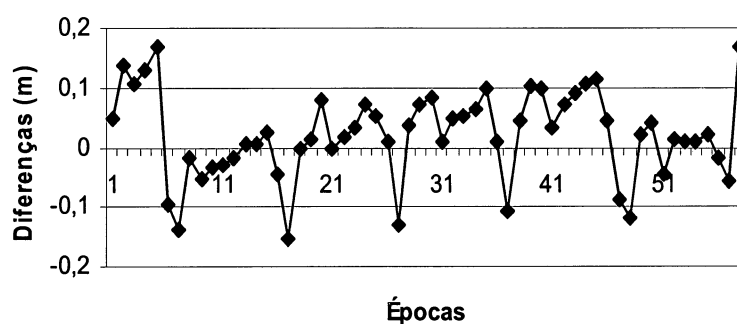


FIGURA 22 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 2

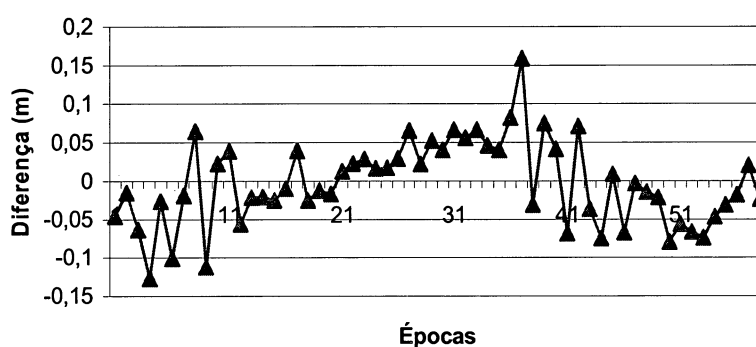
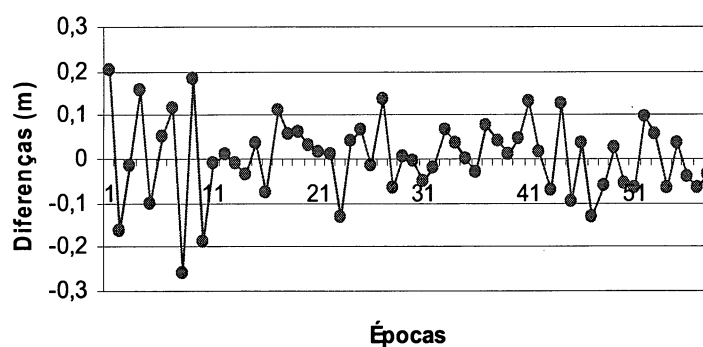


FIGURA 23 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 2



Como se pode observar, os erros planimétricos máximos estão em torno de 15cm, o que está de acordo com a precisão nominal do levantamento GPS (cerca de 10cm), e com a precisão da cronometragem utilizada (cerca de 2ms). As diferenças maiores, obtidas em H são esperadas dadas as condições atmosféricas que a aeronave encontra em vôo (turbulência), por se tratar de um vôo baixo (em torno de 5.000 pés ou 1.700m).

Nas figuras (24), (25) e (26) são apresentados os resultados para o segundo trecho:

FIGURA 24 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 3

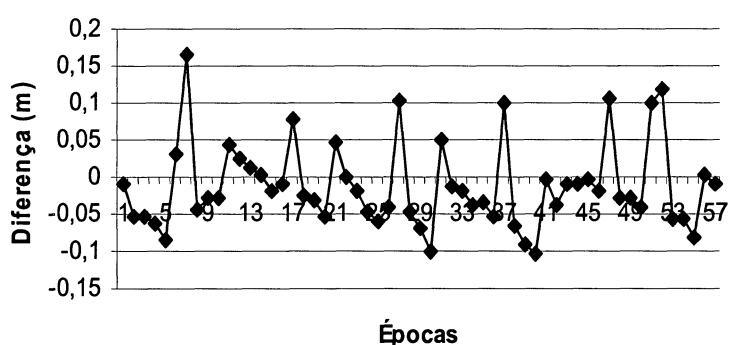


FIGURA 25 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 3

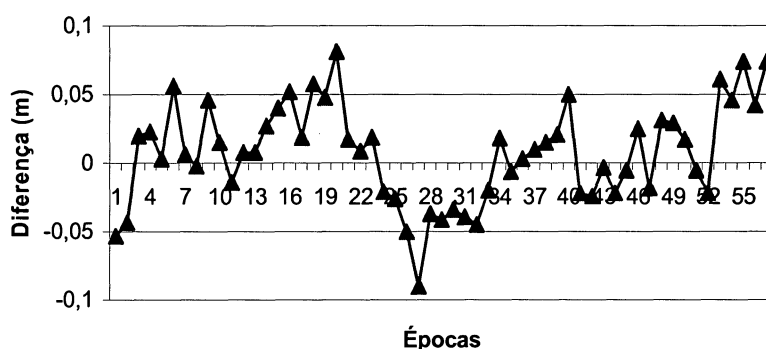
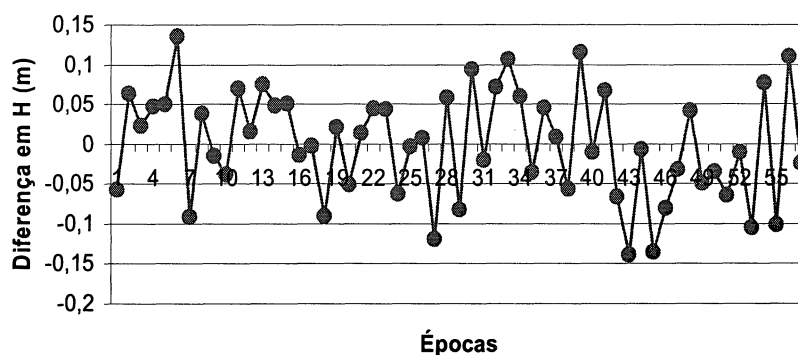


FIGURA 26 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 3



Da mesma forma do ocorrido para o trecho 2, as diferenças se comportaram de maneiras muito próximas às do que se espera para os dados utilizados. Se faz necessária também uma análise estatística dos resultados, para se observar se existe algum erro sistemático afetando o sistema. Para isso serão calculados as médias e desvios-padrão dos erros determinados para cada um dos trechos analisados. Também serão representadas graficamente as resultantes planimétricas das diferenças obtidas (figuras 27 e 28), a fim de se visualizar o comportamento do erro obtido. A escala dos gráficos pode ser percebida a través do desvio-padrão plotado, e através das tabelas respectivas.

TABELA 5 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 2

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	-0.012	0.007	0.000
Desvio-Padrão	0.057	0.036	0.067

TABELA 6 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 3

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0.020	-0.002	0.000
Desvio-Padrão	0.074	0.055	0.085

FIGURA 27 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 2

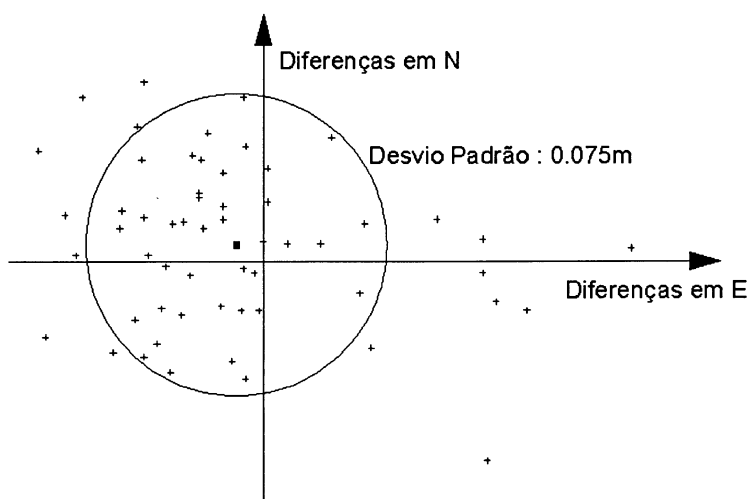
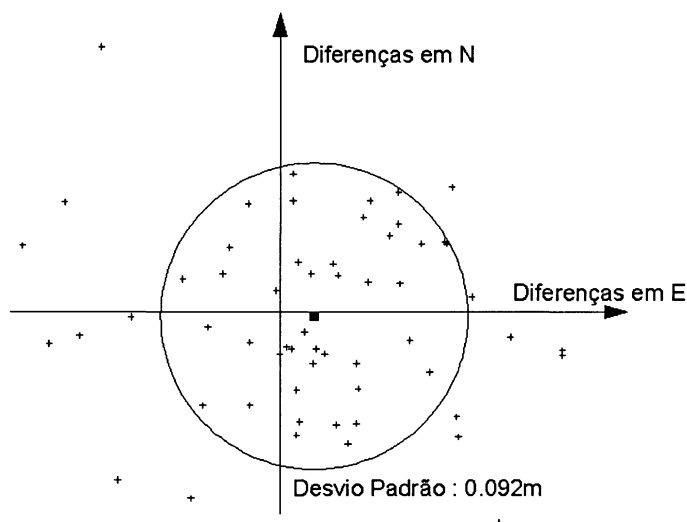


FIGURA 28 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 3



Os resultados acima indicam que a média das diferenças é próxima de zero, dada a precisão do levantamento. Os gráficos apresentados nas figuras (27) e (28) mostram claramente que, para ambos os trechos analisados, cerca de 70% dos erros estão dentro do desvio-padrão, indicando normalidade na distribuição. Os valores absolutos estão próximos à precisão nominal de um levantamento GPS cinemático (10cm), o que mostra a compatibilidade do método apresentado. Esses valores baixos dispensam testes estatísticos mais profundos.

4.3.2 - Testes do Interpolador Completo

Da mesma forma que o realizado para o interpolador simples, aqui é apresentada uma análise de um trecho longo (aproximadamente 160 épocas):

FIGURA 29 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 4

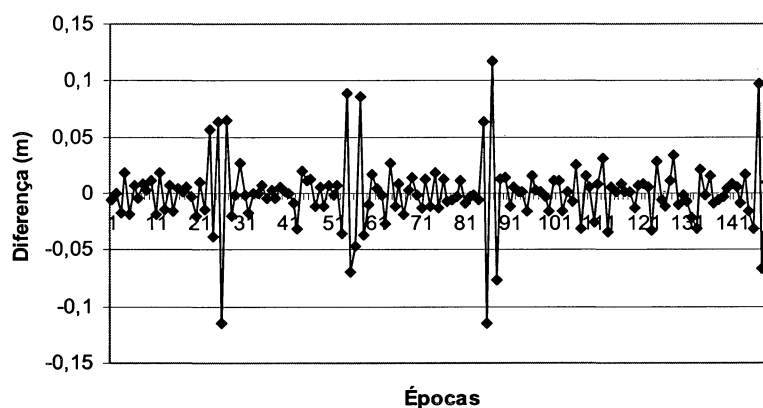


FIGURA 30 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 4

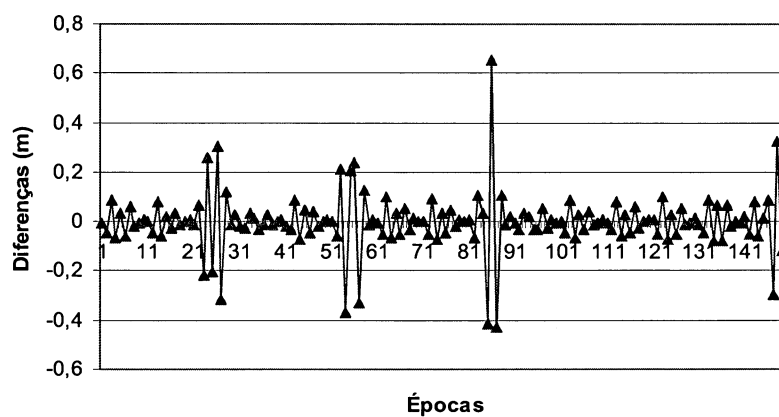
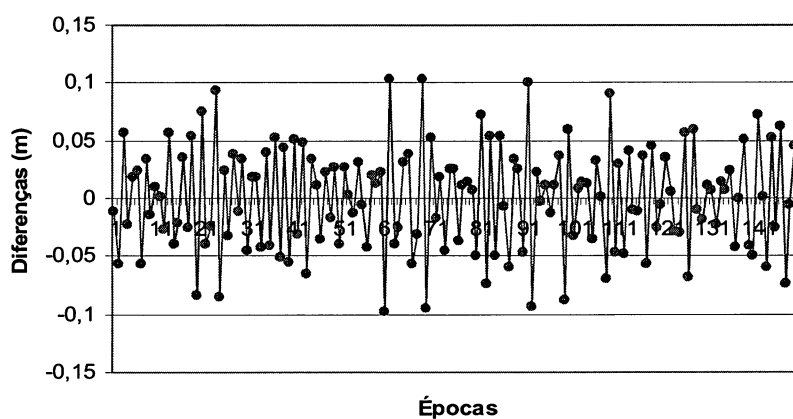


FIGURA 31 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 4



Assim como o visto no interpolador simples, ocorrem ciclos de 30 e 60 épocas com diferenças consideráveis. As razões são as mesmas do ocorrido no item anterior. Aqui também serão analisados mais dois trechos de 60 épocas como anteriormente. Os resultados para o quinto trecho analisado são:

FIGURA 32 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 5

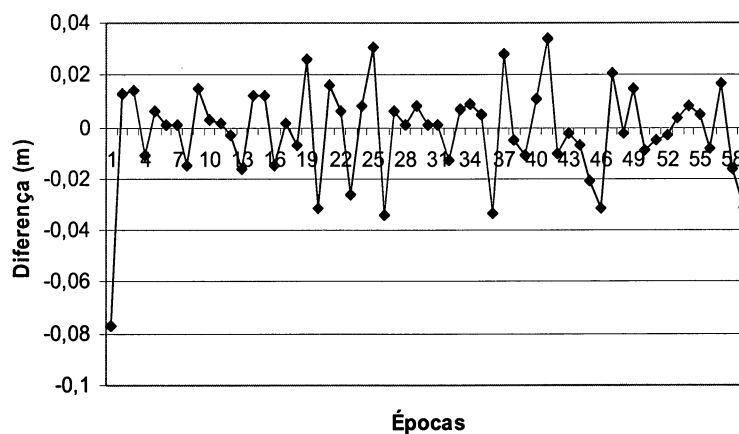


FIGURA 33 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 5

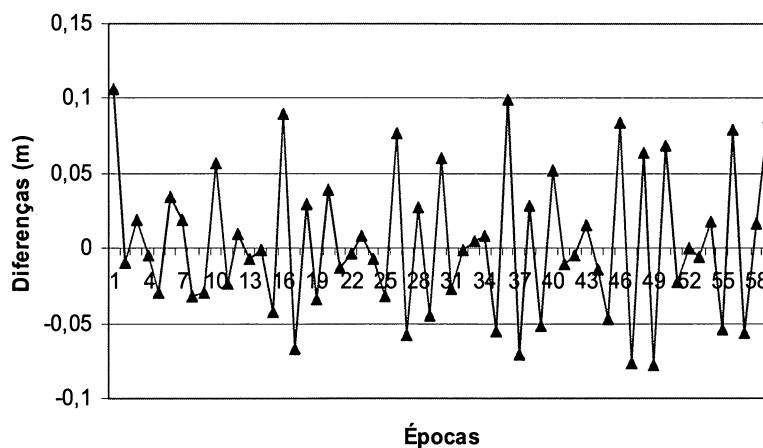
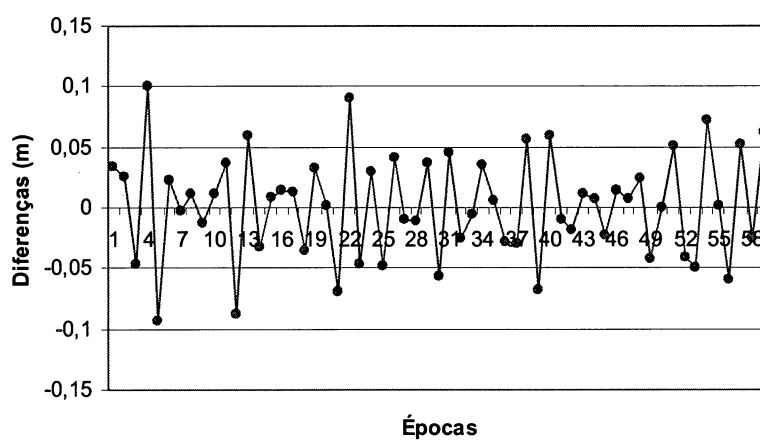


FIGURA 34 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 5



Os resultados obtidos para o sexto trecho analisado são os que se seguem:

FIGURA 35 - DIFERENÇAS EM E -TRECHO 6

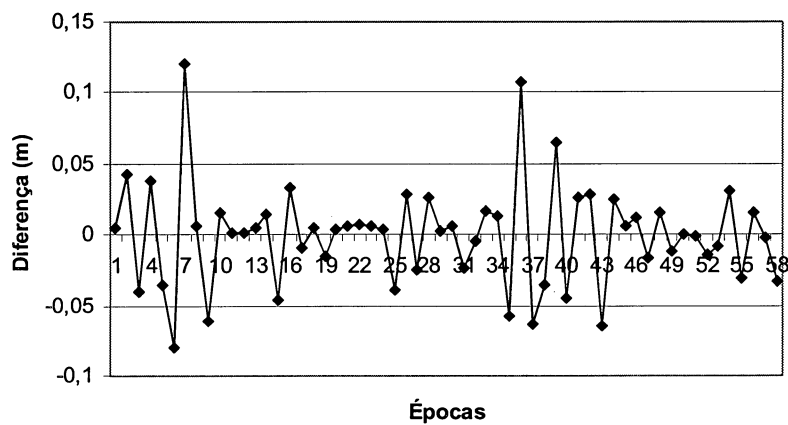


FIGURA 36 - DIFERENÇAS EM N -TRECHO 6

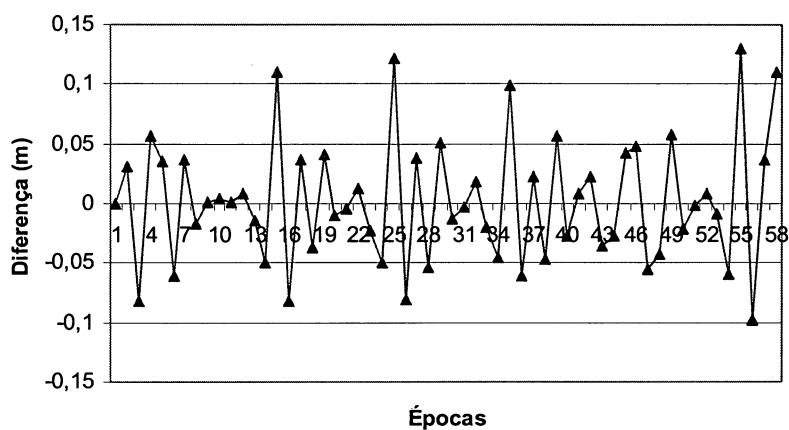
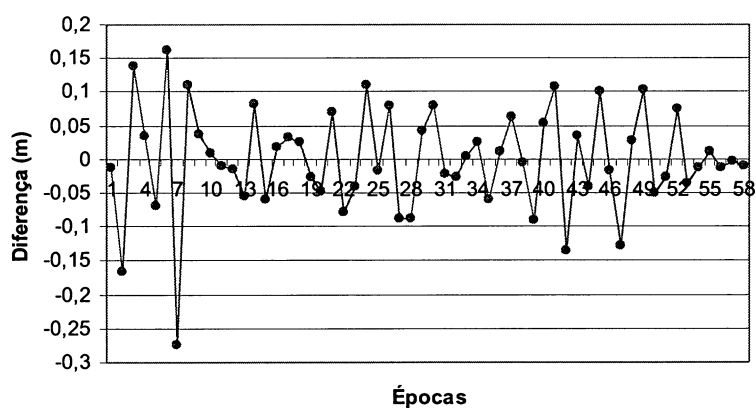


FIGURA 37 - DIFERENÇAS EM H -TRECHO 6



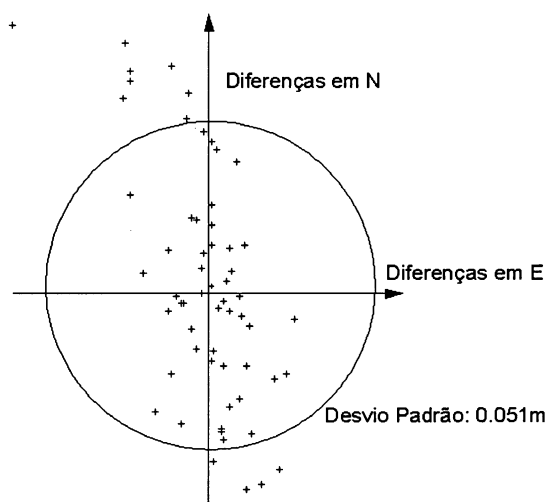
Novamente se faz necessária também uma análise estatística dos resultados, para se observar a existência algum erro sistemático afetando o sistema. Para tanto será utilizada a mesma metodologia do item anterior, utilizando-se das estatísticas e da distribuição do erro planimétrico:

A tabela (7) e a figura (38) apresentam os resultados do trecho 5:

TABELA 7 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 5

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	-0,001	0,003	0,001
Desvio Padrão	0,018	0,047	0,043

FIGURA 38 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 5

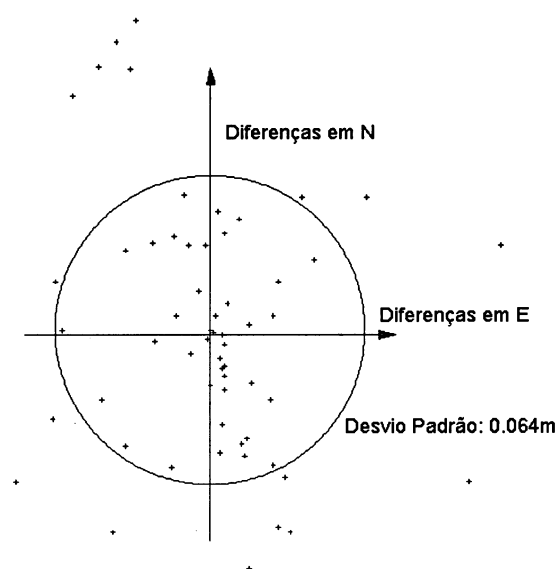


A tabela (8) e a figura (39) apresentam os resultados do trecho 6:

TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 6

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,000	0,002	0,000
Desvio Padrão	0,036	0,052	0,077

FIGURA 39 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) -TRECHO 6



Os resultados acima indicam que a média das diferenças é próxima de zero, dada a precisão do levantamento. Uma tendência aparece na fig. (38), mas os valores absolutos estão de acordo com o esperado (em torno de

10cm). Os gráficos apresentados nas figuras (38 e 39) mostram claramente que, para ambos os trechos analisados, cerca de 70% dos erros estão dentro do desvio-padrão determinado, indicando normalidade na distribuição. Esses valores baixos dispensam testes estatísticos mais profundos.

4.3.3 - Testes da Diferença entre os Interpoladores

Um teste importante a ser realizado é na diferença obtida entre os interpoladores, para as coordenadas dos centros perspectivos obtidos. Aqui serão utilizados dados de 4 faixas de voo, totalizando cerca de 80 aerofotos:

FIGURA 40 - DIFERENÇAS EM E - AEROFOTOS

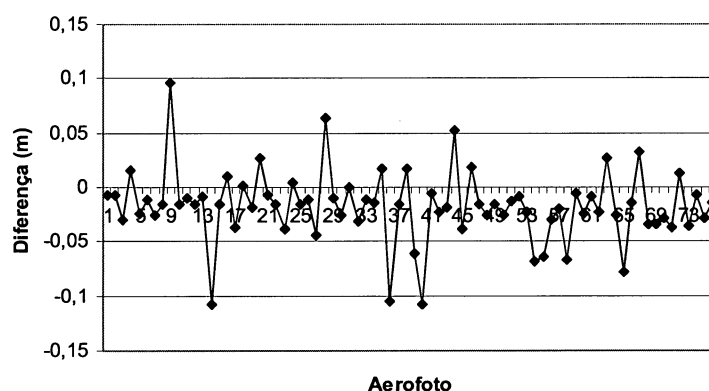


FIGURA 41 - DIFERENÇAS EM N - AEROFOTOS

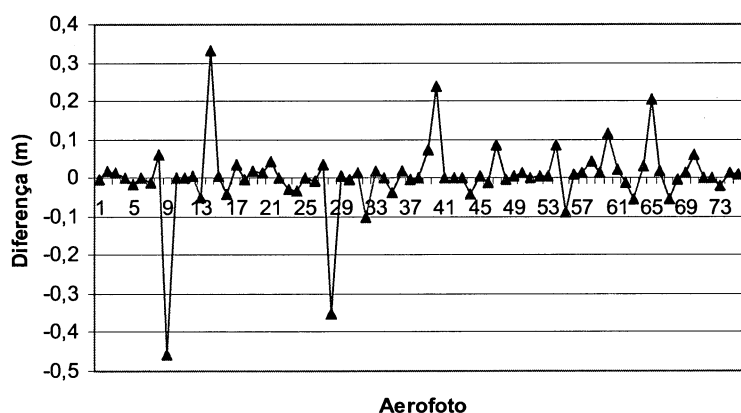
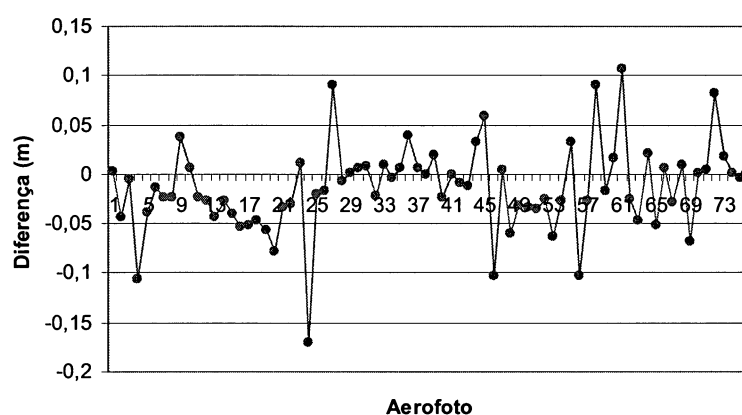


FIGURA 42 - DIFERENÇAS EM H - AEROFOTOS

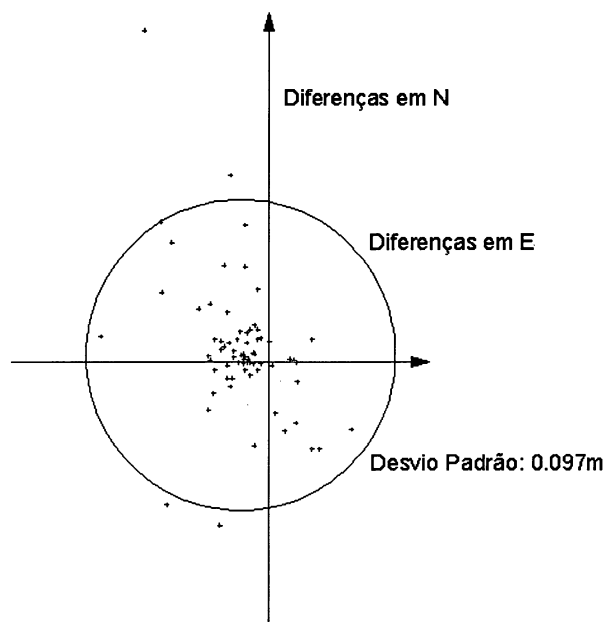


Novamente se faz uma análise estatística das diferenças, em termos de média, desvio padrão e distribuição da componente planimétrica. Abaixo são representadas graficamente as diferenças planimétricas. Existem mais quatro pontos, que foram retirados do gráfico por estarem muito distantes dos demais, na coordenada N. A razão é a mesma da já citada nos testes dos interpoladores. A tabela (9) e a figura (43) apresentam estes resultados:

TABELA 9 - ESTATÍSTICAS NAS AEROFOTOS INTERPOLADAS

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	-0,017	0,004	-0,013
Desvio Padrão	0,032	0,091	0,044

FIGURA 43 - DIFERENÇAS PLANIMÉTRICAS (EM METROS) - TRECHO 6



Mais uma vez as diferenças se comportam de uma maneira regular, obedecendo à distribuição normal. Os valores absolutos das diferenças estão de acordo com o esperado pra o projeto fotogramétrico. Esses valores baixos dispensam testes estatísticos mais profundos.

4.3.4 - Teste do Ganho em relação a um Interpolador Comum

Os resultados obtidos com o interpolador linear no qual se aplica o filtro de Kalman comprovam a viabilidade da metodologia proposta. No entanto, para comprovar o ganho na qualidade geométrica que este interpolador proporciona sobre um interpolador linear simples, apresentam-se neste trabalho os resultados obtidos com um interpolador destes. É importante ressaltar que a metodologia proposta neste trabalho também utiliza um interpolador linear, mas com a inclusão das variações temporais do movimento da aeronave durante a faixa de vôo. Num interpolador linear simples, essas variações são ignoradas, e este fato pode gerar discrepâncias significativas nos resultados finais. Os resultados apresentados a seguir são provenientes do emprego de um interpolador linear, onde foi utilizado o modelo matemático apresentado no item (3.2.1). Este modelo foi escolhido por ser o mesmo utilizado durante o algoritmo do filtro de Kalman, e assim as diferenças entre os dois métodos (interpolação linear convencional e com a utilização do filtro de Kalman), puderam ser melhores comparadas.

Utilizando-se dos mesmos trechos analisados no itens (4.3.2) e (4.3.3), obtemos os seguintes gráficos para o interpolador linear convencional:

FIGURA 44 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 1 (LINEAR)

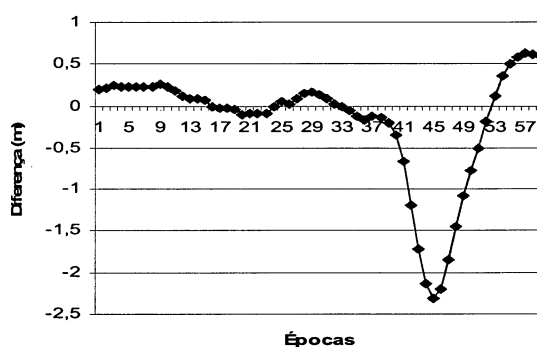


FIGURA 45 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 1 (LINEAR)

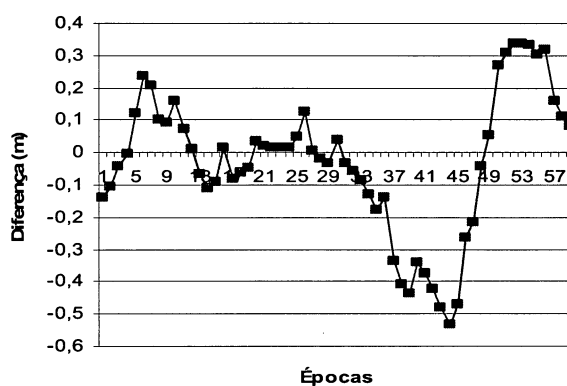
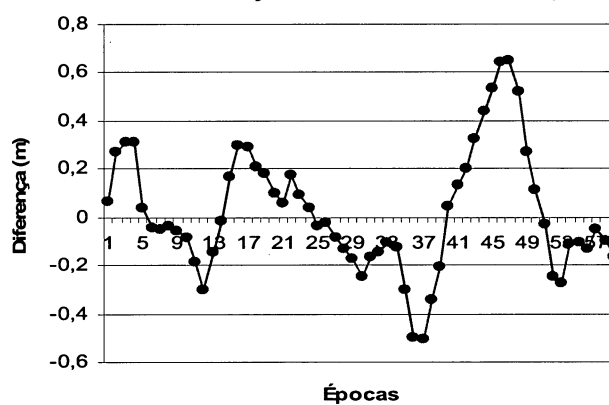


FIGURA 46 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 1 (LINEAR)



Os resultados obtidos para o segundo trecho:

FIGURA 47 - DIFERENÇAS EM E - TRECHO 2 (LINEAR)

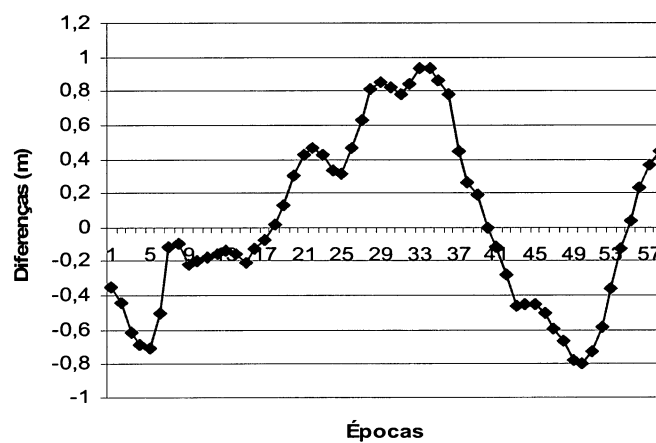


FIGURA 48 - DIFERENÇAS EM N - TRECHO 2 (LINEAR)

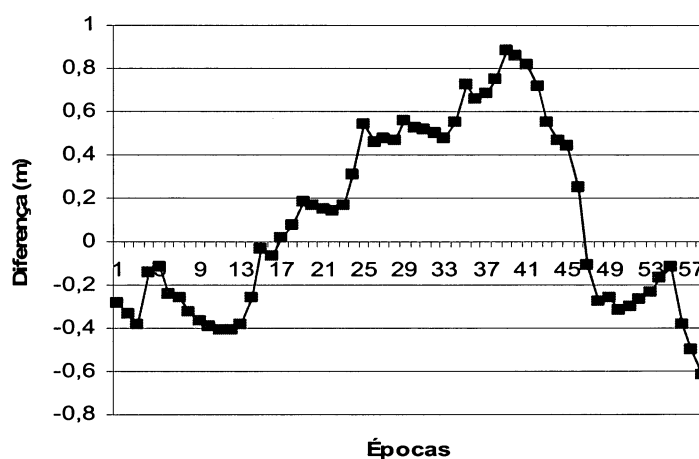
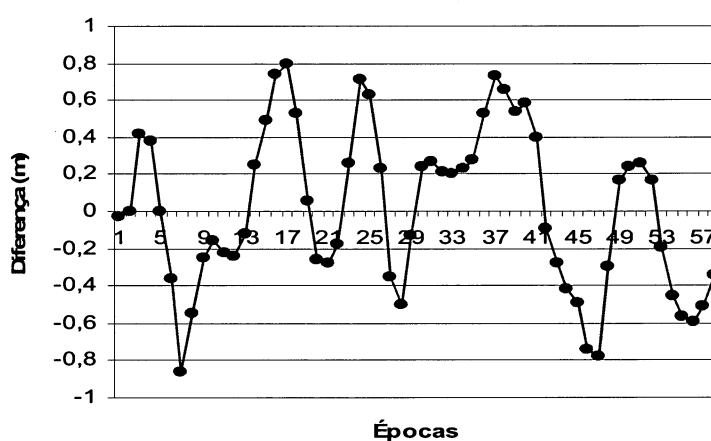


FIGURA 49 - DIFERENÇAS EM H - TRECHO 2 (LINEAR)



Da mesma forma do que foi realizado para o interpolador com filtro de Kalman, as estatísticas obtidas para os dois trechos, com a utilização do interpolador linear estão contidas nas tabelas (10) e (11):

TABELA 10 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 1 (INTERPOLADOR LINEAR)

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	-0.178	-0.030	0.022
Desvio Padrão	0.695	0.219	0.253

TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DO TRECHO 2 (INTERPOLADOR LINEAR)

Coordenada	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0.022	0.105	0.017
Desvio Padrão	0.510	0.426	0.432

Os resultados apresentados nas figuras (44) a (49) e nas tabelas (10) e (11), mostram que os resultados obtidos com o interpolador linear simples são piores que os obtidos com a metodologia proposta, com base nos valores absolutos obtidos nas diferenças, que são até 10 vezes maiores do que as diferenças obtidas com o filtro de Kalman. Isto comprova um melhor desempenho no algoritmo de interpolação com a inclusão do filtro de Kalman.

4.4 - Testes da Aerotriangulação

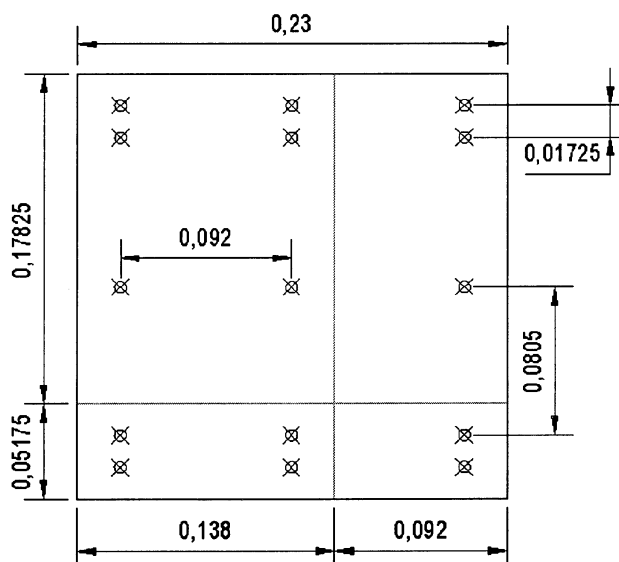
Serão apresentados os resultados de dois blocos fotogramétricos: um bloco simulado e um real, da região do oeste de Santa Catarina (Chapecó).

4.4.1 - Bloco Teórico

4.4.1.1 - Descrição do Bloco

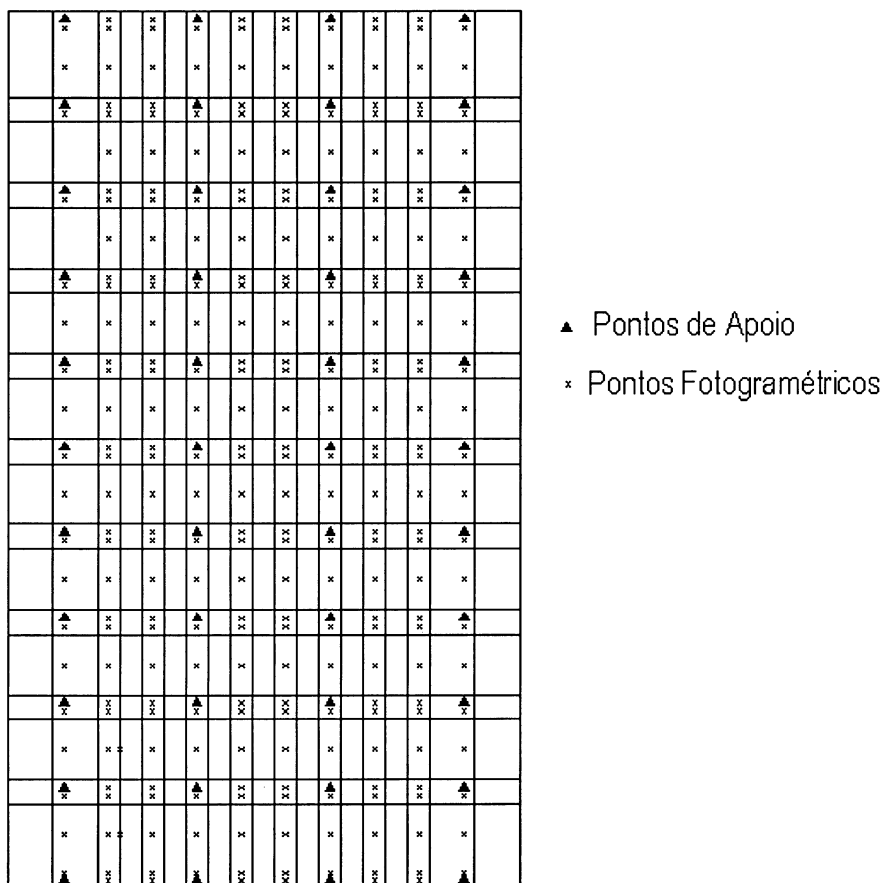
O bloco foi idealizado com 10 faixas de 10 aerofotos. Primeiramente foi determinada a configuração dos pontos fotogramétricos nas aerofotos. A sobreposição longitudinal escolhida foi de 60% e a transversal de 22,5%, para possibilitar uma configuração homogênea dos pontos. Na fig. (50) é apresentada esta configuração. As distâncias indicadas estão em metros:

FIGURA 50 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS FOTOGAMÉTRICOS NAS AEROFOTOS



A escala escolhida para as aerofotos foi 1:10.000. Foi atribuída uma distância focal de 153mm para a câmera, e uma altitude constante, no referencial geodésico local, de 100m para todos os pontos fotogramétricos. Assim, a altitude de vôo é constante de 1630m, no referencial geodésico local, para todas as aerofotos. Com esses dados, foram calculadas as coordenadas dos pontos fotogramétricos no referencial geodésico local, bem como as coordenadas das estações de exposição. Os ângulos de rotação (κ , ϕ e ω) foram determinados como 0° . Com estas informações foram determinadas as fotocoordenadas dos pontos, nas quais foram inseridos erros randômicos de 0,012mm. Para os dados do vôo apoiado, foi escolhido um vetor antena com 1m de offset. Foi arbitrado um “shift” de 0,10m em todas as faixas e coordenadas, e um “linear drift” de 0,00001. A velocidade, no referencial geodésico local foi arbitrada em 75m/s. Desta forma, o intervalo entre as fotos foi de 12,2666s. A fig. (51) abaixo mostra a distribuição das aerofotos:

FIGURA 51 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS NO BLOCO



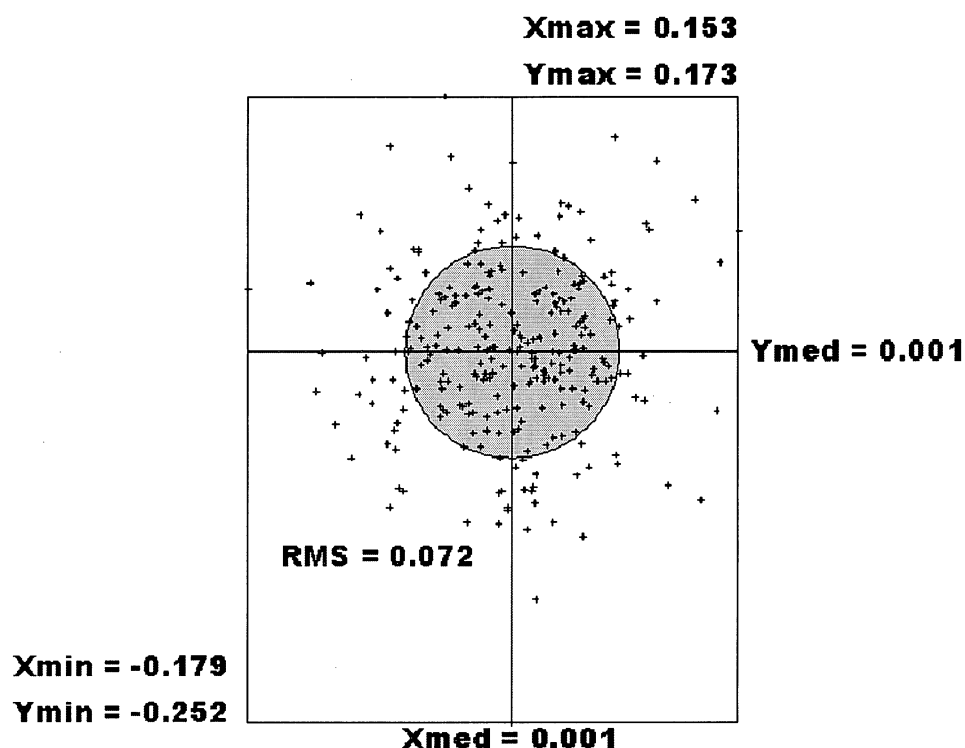
Todas as coordenadas foram então convertidas para o sistema geodésico SAD-69, usando como origem o ponto central da primeira aerofoto (canto inferior esquerdo). As comparações são feitas no referencial UTM.

4.4.1.2 - Análise dos Resultados Obtidos

As análises serão realizadas comparando-se os valores reais das coordenadas dos pontos fotogramétricos, obtidas pela transformação das coordenadas geradas em coordenadas no referencial UTM.

A primeira análise realizada é a diferença entre o valor real e o valor obtido na aerotriangulação convencional. A resultante planimétrica é vista na fig. (52) abaixo:

FIGURA 52 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO CONVENCIONAL (EM METROS)



Esta figura mostra claramente que mais de 70% dos pontos estão dentro do desvio-padrão. Os valores absolutos estão de acordo com o

convencional para uma aerotriangulação clássica para essa escala (em torno de 20cm)

Na tabela (12) abaixo são mostradas as estatísticas para esta comparação:

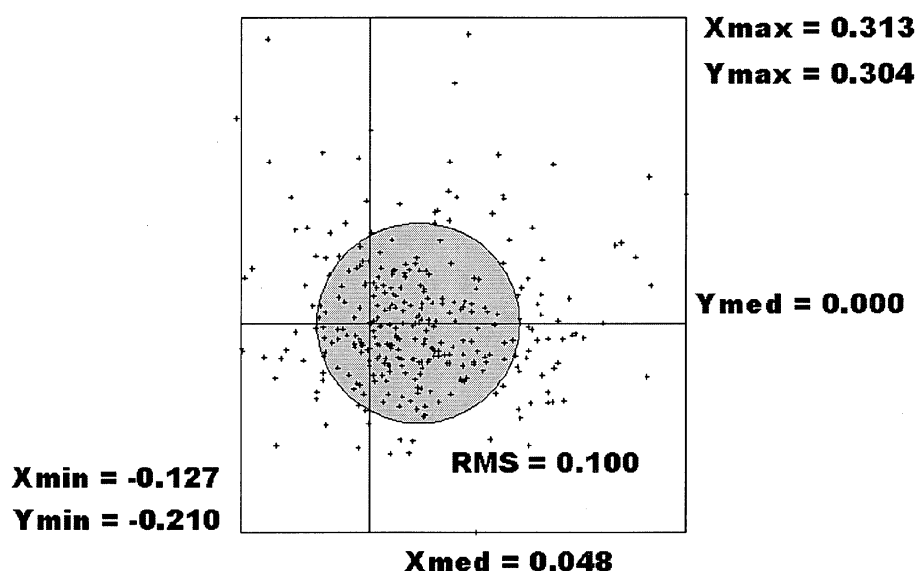
TABELA 12 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO

	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,001	0,001	-0,010
Desvio Padrão	0,049	0,053	0,127
Máximo	0,153	0,173	0,366
Mínimo	-0,179	-0,252	-0,313

Os resultados acima mostram que a aerotriangulação convencional atingiu os patamares clássicos para esta operação, para a escala 1:10.000. Estes resultados serão usados como padrão para os demais métodos mostrados.

Numa segunda etapa é realizada uma aerotriangulação utilizando-se somente 4 pontos de apoio nos cantos do bloco e as coordenadas dos centros de fase. O modelo de aerotriangulação é o do vôo apoiado convencional, mostrado no item (3.4). Da mesma maneira da primeira análise, será mostrada, na fig. (53) abaixo, a resultante planimétrica das diferenças entre os valores reais e os obtidos no com a aerotriangulação para os pontos fotogramétricos:

FIGURA 53 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOAIDO COMUM (EM METROS)



Esta figura mostra claramente que mais de 70% dos pontos estão dentro do desvio-padrão. Na tabela (13) abaixo são mostradas as estatísticas para esta comparação:

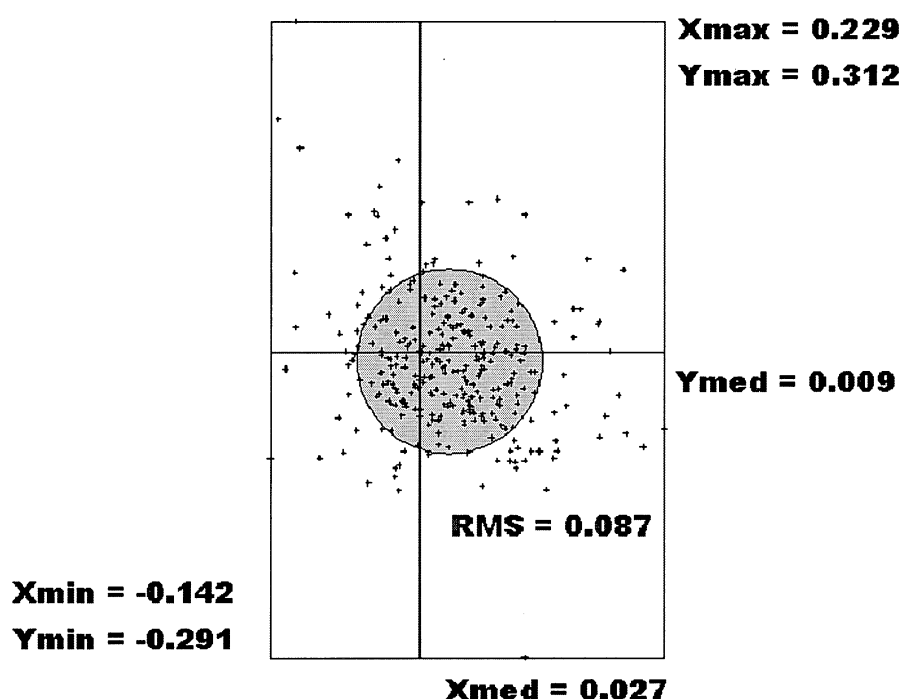
TABELA 13 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO

	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,048	0,000	0,139
Desvio Padrão	0,077	0,064	0,344
Máximo	0,313	0,304	0,907
Mínimo	-0,127	-0,210	-0,540

Os resultados acima demonstram que ocorre uma piora na qualidade do bloco, pois ocorre uma degradação sensível, mas aceitável, dentro da qualidade de um projeto aerofotogramétrico na escala 1:10.000, das coordenadas dos pontos fotogramétricos.

No segundo processamento, ainda utilizando-se do modelo de vôo apoiado convencional, adotaram-se 9 pontos de apoio distribuídos regularmente pelo bloco. A fig. (54) e a tabela (14) abaixo mostram os resultados obtidos nas diferenças:

FIGURA 54 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIAIDO COMUM



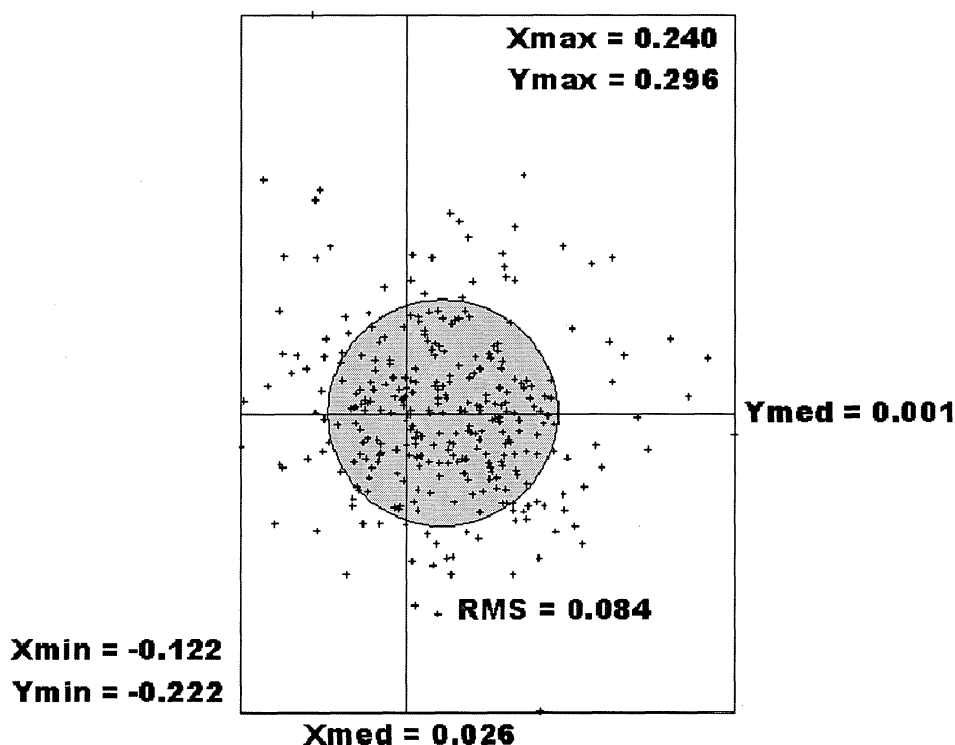
Os resultados acima demonstram que ocorre uma piora na qualidade do bloco, pois ocorre uma degradação sensível, mas aceitável, dentro da qualidade de um projeto aerofotogramétrico na escala 1:10.000, das coordenadas dos pontos fotogramétricos. No entanto, o processamento com 9 pontos de aproxima mais do resultado da aerotriangulação convencional.

TABELA 14 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO

	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,027	-0,009	-0,105
Desvio Padrão	0,060	0,063	0,296
Máximo	0,229	0,312	0,520
Mínimo	-0,142	-0,291	-0,760

No terceiro processamento realizado, utilizaram-se quatro pontos de apoio nos cantos do bloco, mas com o modelo matemático baseado na velocidade da aeronave. A fig. (54) abaixo mostra a resultante planimétrica da diferença entre valor real e o valor obtido na aerotriangulação para os pontos fotogramétricos:

FIGURA 55 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOADO COM VELOCIDADES (EM METROS)



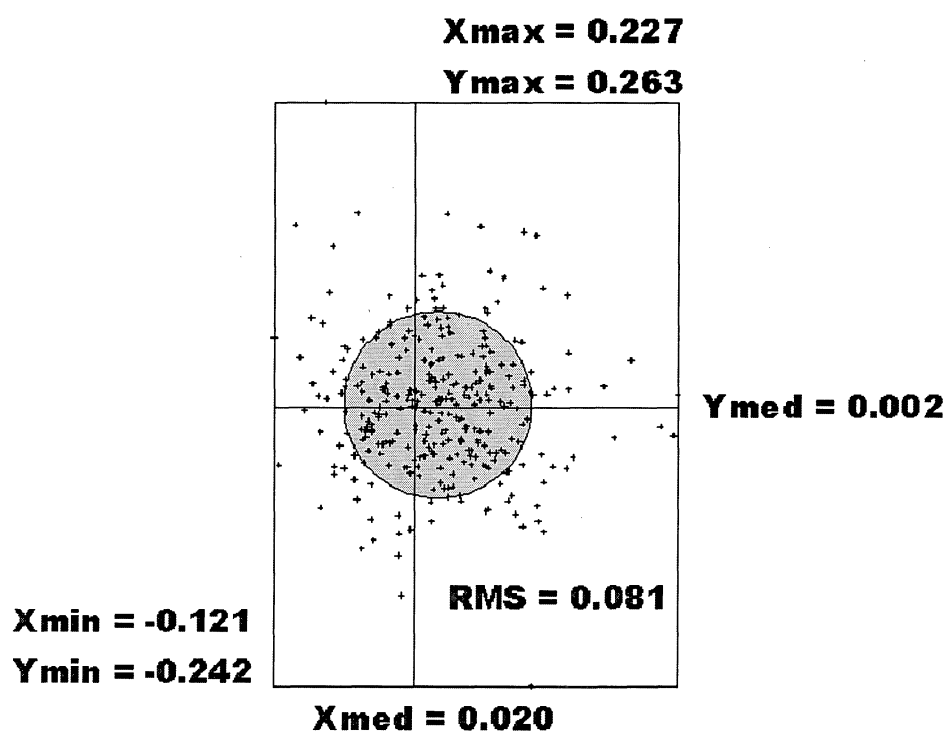
Esta figura mostra que 70% dos pontos estão dentro do desvio-padrão, indicando que o erro comporta-se conforme a distribuição normal. Na tabela (15) abaixo são mostradas as estatísticas para esta comparação:

TABELA 15 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO

	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,026	0,001	0,192
Desvio Padrão	0,059	0,060	0,343
Máximo	0,240	0,296	1,009
Mínimo	-0,122	-0,222	-0,415

No quarto processamento realizado, utilizaram-se 9 pontos de apoio distribuídos regularmente no bloco, com o modelo matemático baseado na velocidade da aeronave. A fig. (56) abaixo mostra a resultante planimétrica da diferença entre valor real e o valor obtido na aerotriangulação para os pontos fotogramétricos:

FIGURA 56 - DIFERENÇA ENTRE VALOR REAL E AEROTRIANGULAÇÃO COM VÔO APOIADO COM VELOCIDADES (EM METROS)



Esta figura mostra que 70% dos pontos estão dentro do desvio-padrão, indicando normalidade na distribuição dos erros.

TABELA 16 - ESTATÍSTICAS PARA A AEROTRIANGULAÇÃO

	E (m)	N (m)	H (m)
Média	0,020	0,002	-0,098
Desvio Padrão	0,057	0,058	0,287
Máximo	0,227	0,263	0,513
Mínimo	-0,121	-0,242	-0,725

Os resultados acima demonstram que ocorre uma piora na qualidade do bloco, pois ocorre uma degradação aceitável, dentro da qualidade esperada para um projeto aerofotogramétrico na escala 1:10.000, das coordenadas dos pontos fotogramétricos. A utilização de 9 pontos de apoio, com o modelo que utiliza-se da velocidade, mostra o resultado mais próximo da aerotriangulação convencional. Na prática, as diferenças entre os modelos de vôo apoiado são mínimas, comprovando que se pode tirar um parâmetro do modelo convencional (evitando-se super-parametrização), e ainda ganhar qualidade no ajustamento final.

4.4.2 - Bloco Chapecó

4.4.2.1 - Descrição do Bloco

Os resultados são advindos de um bloco de 7 faixas, totalizando 87 fotografias sobre a cidade de Chapecó, em Santa Catarina. Foi utilizado o sistema para vôo apoiado descrito em (3.3). Foram aerotriangulados 371 pontos fotogramétricos, mais 44 pontos de apoio, distribuídos regularmente pelo bloco. Para os testes com o vôo apoiado foram usados todos os pontos no entorno do bloco. Foi planejado um recobrimento de 60% entre fotos e de 30% entre faixas. Os pontos de apoio encontram-se com uma separação de aproximadamente 3 bases.

Os parâmetros da aerotriangulação são os seguintes:

- Desvios-Padrão dos pontos no referencial fotogramétrico:

$$\sigma_x = 0.025\text{mm} \quad \sigma_y = 0.025\text{mm}$$

- Desvios-Padrão dos pontos de apoio:

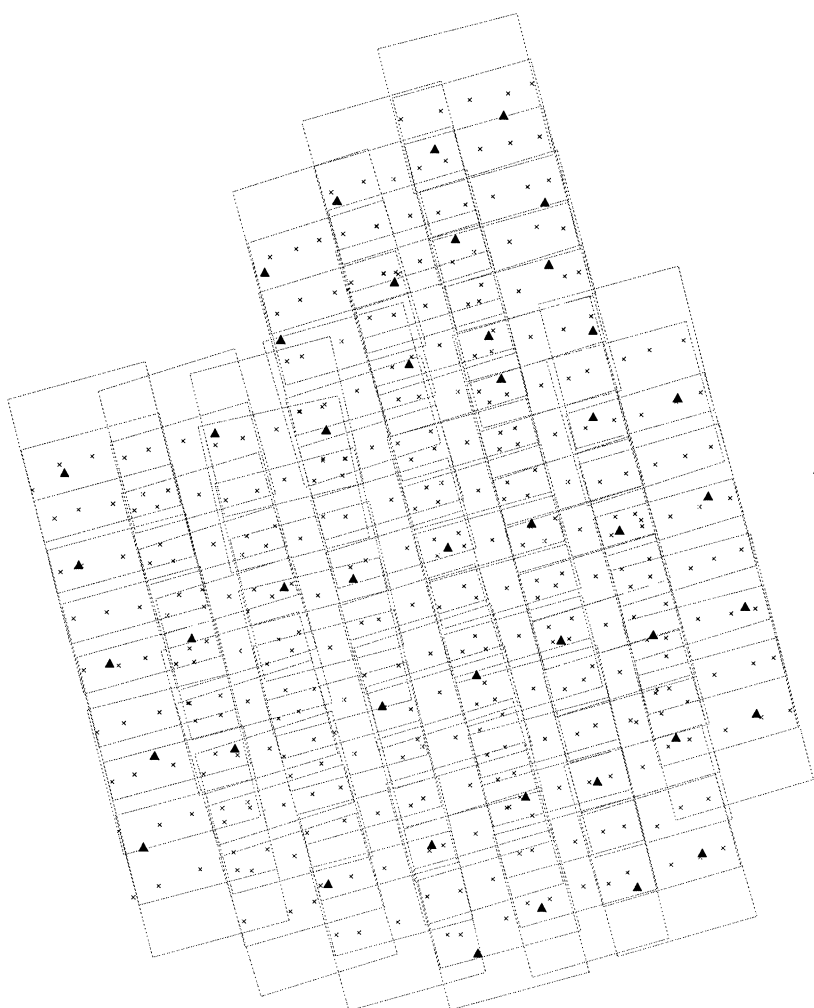
$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 2\text{cm}$$

- Desvios-Padrão das Coordenadas Interpoladas:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 20\text{cm}$$

As aerofotos foram digitalizadas num scanner não fotogramétrico (modelo Epson 1640XL), com um pixel de $16\mu\text{m}$. Isso acarreta distorções nas imagens e dificulta o processo de orientação interna. Os resíduos dessa orientação ficaram em torno de $20\mu\text{m}$ a $30\mu\text{m}$, o que causa uma degradação significativa na qualidade das observações fotogramétricas. Na fig (55) abaixo está representada a distribuição das aerofotos e pontos no bloco:

FIGURA 55 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS NO BLOCO



4.4.2.2 - Análise dos Resultados

Será realizada a comparação entre os resultados obtidos com a aerotriangulação convencional e usando as metodologias de vôo apoiado, utilizando-se do interpolador completo (item 3.2.2), e dos dois modelos matemáticos de aerotriangulação (equações 3.4.1, 3.4.2 e 3.4.3). Também será feito um teste de confiabilidade (ver item 3.4.2) das coordenadas interpoladas da antena dentro da aerotriangulação, e uma análise da rigidez do bloco aerotriangulado. Será apresentada, ainda, uma análise da matriz de correlação obtida com o método de vôo apoiado convencional.

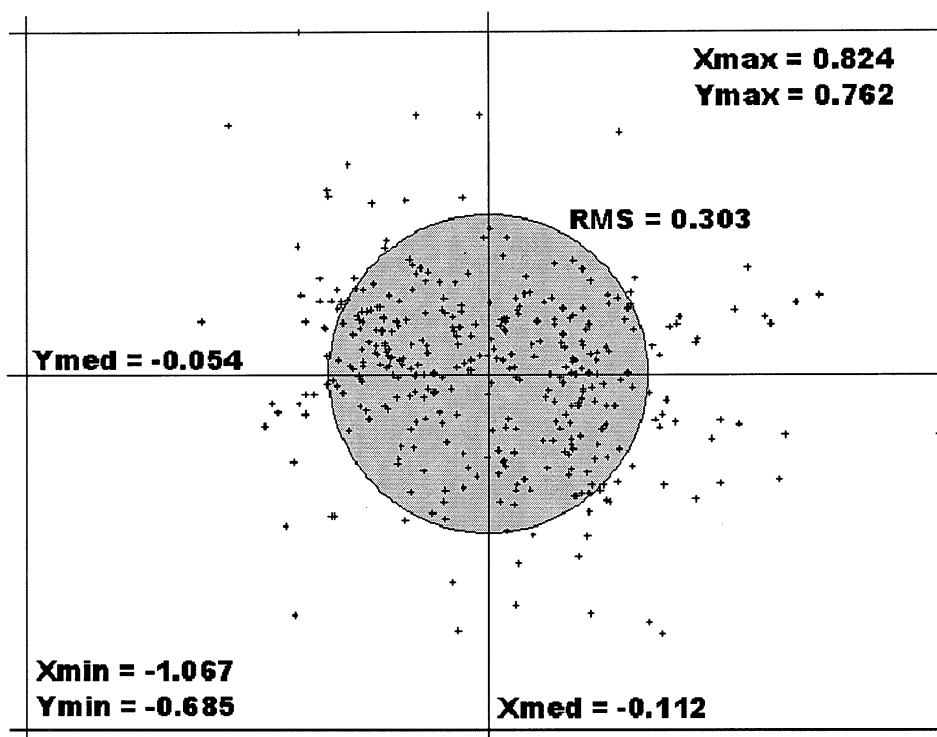
A primeira análise realizada é das diferenças entre as coordenadas dos pontos fotogramétricos, obtidas com os três métodos utilizados. São mostradas, na tabela (15), as estatísticas das diferenças:

TABELA 15 - ESTATÍSTICAS DAS DIFERENÇAS NAS COORDENADAS DOS PONTOS FOTOGRAFÉTICOS

Ponto	Diferença entre Aerotriangulação Convencional e Vôo Apoiado Comum			Diferença entre Aerotriangulação Convencional e Vôo Apoiado com Velocidades			Diferença entre e Vôo Apoiado Comum e Vôo Apoiado com Velocidades		
	E(m)	N(m)	H(m)	E(m)	N(m)	H(m)	E(m)	N(m)	H(m)
Média	-0,112	0,055	0,001	-0,080	0,037	0,196	-0,032	0,018	-0,196
Desvio Padrão	0,245	0,180	0,736	0,323	0,233	0,867	0,167	0,160	0,401

Na fig. (56) abaixo é mostrada a resultante planimétrica obtida com o método convencional de aerotriangulação com vôo apoiado, pois neste caso este método mostrou um resultado superior ao método com velocidades, ou seja, mais próximo da aerotriangulação convencional:

FIGURA 56 - DISTRIBUIÇÃO DAS DIFERENÇAS NA RESULTANTE PLANIMÉTRICA
(EM METROS)



Na tabela (16) abaixo são mostradas as diferenças nos pontos de apoio que não entraram na aerotriangulação com vôo apoiado, e por isso servem como pontos de verificação:

TABELA 16 - DIFERENÇAS OBTIDAS NOS PONTOS DE APOIO

Ponto	Diferença em Coordenada de Campo e Coordenada Obtida com Vôo Apoiado Convencional			Diferença em Coordenada de Campo e Coordenada Obtida com Vôo Apoiado com Velocidadesl		
	E(m)	N(m)	H(m)	E(m)	N(m)	H(m)
1119	0,424	-0,421	-1,274	0,537	-0,449	-1,867
1014	0,612	-0,037	-1,190	0,715	-0,237	-1,488
1039	0,600	-0,407	-0,150	0,740	-0,311	-0,734
1013	0,543	-0,012	-0,658	0,551	-0,114	-1,089
1117	0,793	0,375	-0,939	0,731	0,454	-0,839
1040	0,576	-0,179	-0,480	0,508	-0,072	-0,607
1112	-0,104	-0,129	-0,886	-0,139	-0,111	-1,199
1004	0,242	0,412	-0,860	0,250	0,535	-1,107
1001	0,215	-0,542	0,218	0,251	-0,411	-0,251
1010	-0,064	0,039	1,360	-0,115	0,083	0,867
1009	-0,194	0,189	-0,153	-0,293	0,111	-0,637
1034	-0,081	-0,350	-0,455	-0,296	-0,434	-0,906
1105	0,193	-0,024	-0,401	0,236	0,112	-0,873
1003	0,270	-0,189	1,108	0,247	-0,091	0,527
1007	-0,279	0,149	1,645	-0,344	0,189	1,155

Ponto	Diferença em Coordenada de Campo e Coordenada Obtida com Vão Apoiado Convencional			Diferença em Coordenada de Campo e Coordenada Obtida com Vão Apoiado com Velocidades ¹		
	E(m)	N(m)	H(m)	E(m)	N(m)	H(m)
1019	-0,259	0,161	0,166	-0,363	0,042	-0,189
1025	-0,491	0,643	0,398	-0,696	0,473	0,669
1020	0,150	0,191	0,024	0,039	0,092	-0,096
1002	-0,274	-0,101	0,432	-0,321	-0,005	0,662
Média	0,144	-0,011	-0,104	0,112	-0,006	-0,400
Desvio Padrão	0,363	0,299	0,811	0,427	0,285	0,836

Os resultados acima demonstram que, afora alguns blunders, os métodos mostram-se estatisticamente próximos. No entanto, numa análise mais profunda, percebe-se que existem alguns pontos com diferenças altas (acima de 1,5m), principalmente em Z. Tais problemas são ainda mais acentuados na análise das diferenças obtidas nos pontos de apoio (tab. 16), principalmente no modelo matemático proposto com velocidades, pelo fato deste ser mais rigoroso que o modelo convencional. O modelo com velocidades apresenta resultados inferiores aos obtidos pelo método convencional. Conclui-se, então, que para uma utilização adequada deste novo modelo, os dados devem ser de qualidade, pois ele absorve menos erros que o modelo convencional. Cabe ressaltar que o sistema apresentado neste trabalho é experimental e que os resultados aqui obtidos serão utilizados para a adequação e operacionalização do mesmo.

As razões destas discrepâncias são: a má qualidade de alguns pontos de apoio, problemas com a orientação interior das aerofotos, por causa da utilização de um scanner não fotogramétrico, e os erros de interpolação verificados no item (4.3.1). Os dois primeiros problemas acima identificados não são objetos de estudo deste trabalho, pois são de ordem operacional do projeto fotogramétrico.

Desta forma, será feita uma análise da qualidade das observações adicionais inseridas na aerotriangulação, conforme o mostrado no item (3.4.2). As tabelas (17 e 18) abaixo mostram os pontos reprovados pelo teste data-snooping, para as coordenadas de antena inseridas na aerotriangulação.

TABELA 17 - RESÍDUOS E TESTES ESTATÍSTICOS- MÉTODO CONVENCIONAL

Foto	Resíduos			Rigidez			Resíduo Padronizado		
	X(m)	Y(m)	Z(m)	r_x	r_y	r_z	w_{0x}	w_{0y}	w_{0z}
209	-0.225	-0.233	0.513	0.104	0.087	0.455	2.781	3.158	3.042
604	-0.039	-0.341	-0.153	0.174	0.151	0.591	0.373	3.510	0.798
606	0.289	-0.574	0.280	0.197	0.170	0.629	2.605	5.569	1.414
607	-0.088	0.386	0.103	0.239	0.221	0.673	0.718	3.286	0.502
612	-0.219	0.594	0.447	0.203	0.170	0.641	1.946	5.763	2.232
613	0.283	-0.452	0.148	0.171	0.137	0.600	2.735	4.881	0.763
614	-0.038	-0.532	-0.271	0.184	0.140	0.606	0.359	5.681	1.394
703	-0.267	0.421	-0.225	0.146	0.177	0.554	2.795	3.995	1.210
714	-0.054	0.386	0.070	0.210	0.180	0.635	0.469	3.646	0.350
808	0.209	-0.662	0.009	0.168	0.172	0.546	2.041	6.385	0.048
809	0.193	0.317	-0.228	0.170	0.164	0.574	1.870	3.128	1.206
810	-0.366	0.652	-0.561	0.234	0.227	0.636	3.027	5.469	2.813

TABELA 18 - RESÍDUOS E TESTES ESTATÍSTICOS - VÔO APOIADO COM VELOCIDADES

Foto	Resíduos			Rigidez			Resíduo Padronizado		
	X(m)	Y(m)	Z(m)	r_x	r_y	r_z	w_{0x}	w_{0y}	w_{0z}
209	-0.266	-0.338	0.323	0.106	0.100	0.412	3.276	4.284	2.013
606	0.295	-0.491	-0.094	0.200	0.178	0.539	2.636	4.650	0.510
607	-0.096	0.459	-0.003	0.240	0.227	0.660	0.787	3.847	0.016
608	-0.078	0.434	0.060	0.270	0.247	0.701	0.601	3.493	0.286
612	-0.238	0.551	0.051	0.205	0.178	0.518	2.100	5.221	0.285
613	0.238	-0.422	0.248	0.173	0.143	0.602	2.289	4.468	1.277
614	-0.075	-0.537	0.139	0.187	0.152	0.533	0.690	5.509	0.761
702	0.177	-0.145	0.194	0.087	0.076	0.365	2.401	2.099	1.288
703	-0.299	0.505	-0.218	0.157	0.203	0.534	3.014	4.485	1.195
704	-0.062	0.448	-0.424	0.161	0.212	0.573	0.614	3.893	2.242
705	0.114	0.445	0.245	0.186	0.225	0.634	1.058	3.748	1.231
708	0.304	-0.859	-0.390	0.260	0.241	0.667	2.384	6.988	1.909
714	-0.098	0.340	-0.039	0.218	0.192	0.602	0.836	3.104	0.201
808	0.408	-0.667	-0.308	0.191	0.209	0.488	3.733	5.844	1.764
809	0.261	0.278	-0.220	0.173	0.183	0.581	2.513	2.599	1.154
810	-0.265	0.600	0.112	0.234	0.229	0.164	2.195	5.016	1.107
812	-0.387	-0.106	0.012	0.225	0.204	0.573	3.259	0.936	0.065

Observa-se que os resultados inferiores para o modelo com velocidades, por causa da sua maior rigidez, o que gera resíduos maiores. O modelo convencional do vôo apoiado absorve mais erros que o modelo com velocidades, pois tem um parâmetro a mais. Assim, no caso da existência de problemas com os dados, o modelo convencional tende a apresentar um resultado melhor, como observado nos resultados acima apresentados.

Verifica-se também que os pontos reprovados no teste têm maior resíduo e piores estatísticas para o eixo Y, justamente onde o interpolador apresenta problemas, devido às falhas de cronometragem comentadas no item (4.3.1). Estes erros de cronometragem afetam diretamente a determinação da velocidade e da posição da antena GPS, e estes problemas são detectados

com os piores resultados obtidos para o modelo que insere as velocidades na aerotriangulação. Observa-se que a rigidez para as coordenadas X e Y estão no limite de aceitação (ver quadro 1), e que em Z a rigidez é sempre boa, conforme esta mesma tabela.

Faz-se necessária uma análise mais profunda dos parâmetros adicionais do voo apoiado, pois os resultados brutos e o teste data-snooping não evidenciam o relacionamento interno destes parâmetros. Será feita uma análise das correlações entre os parâmetros de orientação exterior das aerofotos e os parâmetros adicionais do voo apoiado. Foram escolhidas duas fotos para demonstrar o aspecto da estrutura de correlação, e será apresentada uma cópia do relatório original gerado pelo programa de aerotriangulação.

A primeira matriz apresentada por foto é a correlação entre os parâmetros de orientação exterior de cada aerofoto, onde cada termo representa de um dado parâmetro em relação a outro (daí o uso do símbolo de divisão ou relação entre os parâmetros representados):

FIGURA 57 - CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR

$$\begin{bmatrix} \kappa/\kappa & \kappa/\varphi & \kappa/\omega & \kappa/X_0 & \kappa/Y_0 & \kappa/Z_0 \\ & \varphi/\varphi & \varphi/\omega & \varphi/X_0 & \varphi/Y_0 & \varphi/Z_0 \\ & & \omega/\omega & \omega/X_0 & \omega/Y_0 & \omega/Z_0 \\ & & & X_0/X_0 & X_0/Y_0 & X_0/Z_0 \\ & & & & Y_0/Y_0 & Y_0/Z_0 \\ & & & & & Z_0/Z_0 \end{bmatrix}$$

A segunda matriz representada é a correlação entre os parâmetros de orientação exterior em relação aos parâmetros adicionais do voo apoiado:

FIGURA 58 - CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS DE ORIENTAÇÃO EXTERIOR E OS PARÂMETROS ADICIONAIS DO VÔO APOIADO

$$\begin{bmatrix} \kappa/S_x & \kappa/S_y & \kappa/S_z & \kappa/D_x & \kappa/D_y & \kappa/D_z \\ \varphi/S_x & \varphi/S_y & \varphi/S_z & \varphi/D_x & \varphi/D_y & \varphi/D_z \\ \omega/S_x & \omega/S_y & \omega/S_z & \omega/D_x & \omega/D_y & \omega/D_z \\ X_0/S_x & X_0/S_y & X_0/S_z & X_0/D_x & X_0/D_y & X_0/D_z \\ Y_0/S_x & Y_0/S_y & Y_0/S_z & Y_0/D_x & Y_0/D_y & Y_0/D_z \\ Z_0/S_x & Z_0/S_y & Z_0/S_z & Z_0/D_x & Z_0/D_y & Z_0/D_z \end{bmatrix}$$

Os resultados obtidos são os seguintes:

FOTO 28

Correlacao entre os parametros de orientacao exteriores

```
1.000 0.326 0.153 0.350 0.120 0.155
      1.000 0.282 0.998 0.272 0.378
        1.000 0.271 0.997 0.276
          1.000 0.263 0.403
            1.000 0.236
              1.000
```

Correlacao entre os parametros de orientacao exteriores e os parametros do voo apoiado

```
0.378 0.110 0.098 0.378 0.110 0.097
0.985 0.370 0.079 0.985 0.370 0.080
0.219 0.933 0.102 0.219 0.932 0.103
0.984 0.350 0.057 0.984 0.351 0.058
0.212 0.921 0.138 0.212 0.920 0.139
0.429 0.398 0.617 0.429 0.399 0.616
```

FOTO 29

Correlacao entre os parametros de orientacao exteriores

```
1.000 0.790 0.267 0.788 0.296 0.230
      1.000 0.210 1.000 0.218 0.375
        1.000 0.214 0.999 0.262
          1.000 0.223 0.379
            1.000 0.265
              1.000
```

Correlacao entre os parametros de orientacao exteriores e os parametros do voo apoiado

```
0.753 0.373 0.072 0.753 0.373 0.072
0.992 0.320 0.041 0.992 0.321 0.042
0.188 0.951 0.050 0.188 0.950 0.051
0.990 0.323 0.038 0.990 0.324 0.039
```

0.195 0.951 0.053 0.195 0.950 0.054
 0.377 0.064 0.839 0.377 0.062 0.838

Os resultados acima demonstram que existem correlações altas entre os diversos parâmetros envolvidas na aerotriangulação. O questionamento principal gira em torno da correlação entre X_o , Y_o e Z_o e S_x , S_y e S_z , respectivamente. É notável que existe uma alta correlação (acima dos 80% em média), entre estes parâmetros, e também são notáveis altas correlações que ocorrem entre os parâmetros de orientação exterior das aerofotos. Desta forma, fica claro que a alta correlação entre os parâmetros de orientação exterior e os adicionais do voo apoiado são normais dentro de uma aerotriangulação. Cabe ressaltar que os parâmetros adicionais do voo apoiado são calculados faixa a faixa, e por isso a correlação entre estes parâmetros e os de orientação exterior são aceitáveis.

A última análise a ser feita é a rigidez geral do bloco, conforme mostrado no item (3.4.2). Supõe-se que o voo apoiado melhora a rigidez do bloco. A tabela (19) abaixo mostra a rigidez para os três processamentos realizados:

TABELA 19 - ESTATÍSTICAS DA RIGIDEZ DO BLOCO

Modelo de Aerotriangulação	Redundância Relativa	Sigma Posteriori
Convencional	0.5341	1.04
Voo Apoiado Convencional	0.5747	1.08
Voo Apoiado com Velocidades	0.5767	1.11

Os resultados acima mostram que a rigidez tem uma melhora de cerca de 7% com a utilização do voo apoiado, sem apoio interno. Este ganho é significativo, e pode ser ainda maior com a total operacionalização do sistema. As variâncias da unidade de peso a posteriori, todas muito próximas a 1, mostram que a aerotriangulação pode ser aceita, para os pesos inseridos no ajustamento.

5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 - Determinação do Vetor Antena

Com base nos resultados obtidos no item (4.1), pode-se afirmar que o método de determinação do vetor antena é funcional, pois é possível determinar com alta precisão a posição da vertical do CP no teto de avião. Esta é uma condição necessária para a diminuição, dentro do processamento da aerotriangulação, das influências dos movimentos da câmara.

Quanto à geometria dos pontos, cabe ressaltar que um planejamento prévio dos pontos intermediários deve ser realizado, pois uma geometria falha pode propagar erros indesejáveis e de difícil detecção posterior.

No trabalho prático realizado, por se tratar da primeira realização prática, algumas das condições apresentadas não foram as ideais, o que causou a eliminação, durante o ajustamento, do ponto 2 no ajuste angular e do ponto 4 no ajuste por distâncias. No entanto, como o ajuste final combina ângulos e distâncias, o modelo matemático se apresentou bastante rígido e com um resultado dentro da precisão necessária à utilização prática dos dados.

Assim se verifica a importância de se localizar a antena o mais próximo possível da vertical, pois isso minimiza erros e facilita a adequação do modelo matemático da aerotriangulação à realidade física.

5.2 - Algoritmo de Interpolação

Com base dos resultados obtidos nos experimentos realizados (item 4.3), conclui-se que a metodologia desenvolvida para interpolação de centros de fase de antena GPS com finalidades para vôo apoiado, utilizando-se do filtro de Kalman, mostra-se eficaz e dentro da precisão requerida. As diferenças entre valores determinados pelo processamento GPS e valores interpolados encontram-se em sua maioria abaixo dos 15cm. Considerando-se uma taxa de 1Hz para os receptores, o intervalo de interpolação para os testes realizados (ou seja, onde não há coordenadas determinadas), é de 2s, o qual pode ser considerado um intervalo grande. As aerofotos são tomadas sempre entre duas épocas, com um intervalo “real” de interpolação geralmente inferior a 1s, e por

isso a metodologia proposta neste trabalho pode alcançar um desempenho ainda melhor nas aplicações reais de interpolação aplicadas à aerotriangulação com vôo apoiado. A comparação com um interpolador linear comum demonstra que, enquanto neste tipo de interpolador as discrepâncias ultrapassam facilmente os 50cm, com a introdução do filtro de Kalman essas diferenças passam a ser de cerca de 10cm, que é a precisão aproximada de um processamento GPS cinemático.

Recomendam-se novos testes com taxas de recepção do GPS de 2Hz e 5Hz, a fim de se verificar uma possível melhoria nos resultados. Uma cronometragem mais precisa dos eventos envolvidos (medidas do GPS e tomadas de aerofotos), também é recomendada, visando uma otimização geral do sistema.

Uma vantagem observada na aplicação deste algoritmo é a boa velocidade do processamento de uma quantidade de dados relativamente alta. Isso ocorre dado ao pequeno volume de dados utilizado a cada interpolação. Esta é, na verdade, uma forte característica de algoritmos implementados com o filtro de Kalman.

Desta maneira, conclui-se que o algoritmo é funcional e pode ser implementado em aplicações de vôo apoiado por GPS, com a vantagem de determinar a velocidade da aeronave no momento da tomada da aerofoto, a qual pode ajudar na determinação de parâmetros físicos dos erros comuns em vôo apoiado, como atrasos de sinal, e o “linear drift” dos relógios utilizados na cronometragem, evitando possível superparametrização no processo de aerotriangulação.

5.3 - Metodologia de Aerotriangulação

A partir dos resultados obtidos no item (4.4), conclui-se que o sistema proposto é perfeitamente viável, mas o cuidado na geração e no tratamento dos dados deve ser redobrado, pois dados de qualidade ruim inviabilizam o sistema.

Com base nos resultados do bloco simulado, verifica-se que os melhores resultados obtidos são os advindos da aerotriangulação convencional. Entre os métodos de vôo apoiado (comum e com velocidades),

os resultados são muito próximos e dentro do esperado para a escala simulada. Uma pequena melhora ocorre no uso do método proposto com velocidades, o que prova que um parâmetro adicional de vôo apoiado pode ser retirado do ajustamento, ou seja, substituindo-se três do “linear drift”, por um arrastamento e um atraso, com ganho de qualidade na aerotriangulação.

Os experimentos realizados com os processamentos das aerotriangulações e resultados obtidos comprovam a viabilidade da metodologia proposta neste trabalho. A baixa qualidade geométrica das fotografias digitais devido a utilização de um scanner não fotogramétrico na transformação analógica/digital inviabilizou a realização de testes mais significativos com a metodologia proposta, tendo em vista a impossibilidade de utilização de um menor número de pontos de apoio no bloco. Entretanto, mesmo com a existência de problemas geométricos nas imagens foi possível retirar 50% de pontos de apoio e obter resultados dentro de exatidões equivalentes com o processamento da aerotriangulação convencional com a utilização de todos os pontos de apoio. Outra questão que prejudicou as análises da metodologia com dados reais foi a existência dos erros de cronometragem existente nestes dados, tendo em visto os problemas apresentados no item (4.3). Embora não se tenha até a presente data dados reais que possam testar a metodologia proposta com mais exatidão, os resultados teóricos empregados nos experimentos realizados comprovam a viabilidade da realização da aerotriangulação analítica com vôo apoiado.

Desta forma, recomenda-se a utilização de um cronômetro externo para a sincronização dos eventos (tomadas de aerofotos e épocas GPS), para eliminar os erros causados pelo uso do relógio do Laptop. Outra possibilidade é o uso de um receptor GPS com um marcador de eventos, e se fazer toda a interpolação no referencial de tempo do GPS. Recomendam-se também novos estudos em blocos reais, realizado com uso do equipamento citado acima, aerofotos digitalizadas em scanner métrico e pontos de apoio de qualidade. Uma última recomendação é o teste de modelos matemáticos mais simples para aerotriangulação, com um mínimo de parâmetros adicionais, retirando-se os parâmetros de “shift”, que já podem ser eliminados dada a consistência atual do sistema GPS, e o “linear-drift” que pode ser corrigido com o uso do tempo GPS na interpolação.

6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACKERMANN, F. Operational Rules and Accuracy Models for GPS Aerotriangulation. In: ISPRS, 1992, Commission III Invited Paper, Washington, D.C. **Proceedings of the ...**

ACKERMANN, F. Kinematic GPS Control for Photogrammetry. **The Photogrammetric Record**. v. 14, n. 80, p. 261-276, 1992.

ACKERMANN, F. Practical Experience with GPS supported Aerial Triangulation. **The Photogrammetric Record**. v. 14, n.84, p. 861-874, 1994.

ACKERMANN, F. The Status and Accuracy Performance of GPS Photogrammetry. In: **Manual of Photogrammetry Addendum**, 1996. ASPRS Publication. p. 108-114.

ANDRADE, J. B. **Fotogrametria**. 2ª Edição. Curitiba: SBEE, 2003. 274p.

ARANA, J. M. **Integração do GPS com a Fotogrametria**. Departamento de Cartografia: FCT/Unesp, 1994.

BAARDA, W. Statistical Concepts em Geodesy. **Netherlands Geodetic Commission**, New Series, v.2, n.4, 1967.

BAARDA, W. A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. **Netherlands Geodetic Commission**, New Series, v.2, n.5, 1968.

BAARDA, W. S-Transformations and Criterion Matrices. **Netherlands Geodetic Commission**, New Series, v.5, n.1, 1973.

BAARDA, W. Reliability and Precision of Networks. In: VIIth Int. Course for Eng. Surveys of High Precision. Darmstadt, 1976. **Proceedings of the ...**

BURMAN, H.; TORLEGÅRD, K. **Empirical Results of GPS supported Block Triangulation**. OEEPE publication. v.8 n.86. 1994.

CAMARGO, P. **Controle de Qualidade Aplicado ao Filtro de Kalman**. Curitiba, 1992. Dissertação de Mestrado - Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

COLOMINA, I. **Combined Adjustment of Photogrammetric and GPS Data**. Schriften Reihe des Instituts für Photogrammetrie. Universität Stuttgart, 1989. v.13, p. 313-328.

COLOMINA, I. A Note on the Analytics of Aerial Triangulation with GPS Aerial Control. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. v.59, n.11, p. 1619-1624, 1993.

CURRY, S.; SALSIG, K.; WHITACKER D.; A Practical Test of a Photogrammetric Project Controlled With Airborne GPS. In: 1991 ASPRS/ACSM Convention, 1991, Baltimore, Maryland. **Proceedings of the ...**

CURRY, S.; SCHUCKMANN K. Practical Considerations for the Use of Airborne GPS for Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. v.59, n.11, pp. 1611-1617, 1993.

ELASSAL, A. Generalized Adjustment by Least Squares (GALS). **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. v.49, p.201-206, 1983.

ERIO, G. Practical Considerations for Block Adjustment Programs Using Airborne GPS. In: ASPRS/ACSM/RT 92 Convention, 1992, Washington D.C. **Proceedings of the ...**

FRIESS, P. **Kinematische Positionsbestimmung für die Aerotriangulation mit dem NAVSTAR Global Positioning System**. Deutsche Geodätische Kommission, München, 1990. Col. C. Vol. 359, 145p.

FRIESS, P. Aerotriangulation with GPS - Methods, Experience, Expectations, In: 43rd Photogrammetric Week, 1991. Stuttgart, p. 43-50. **Proceedings of the...**

FÖRSTNER, W. The Reliability of Block Triangulation. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. v.51, n.6, p.1137-1149, 1985.

FÖRSTNER, W. On Internal and External Reliability of Photogrammetric Coordinates. In: ASP-ASCM Convention, 1979. Washington. **Proceedings of the...**

GELB, A. **Applied Optimal Estimation**. Cambridge: MIT Press, 1974. 374p.

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**, Curitiba: Editora UFPR, 1994. 319p.

GREENING, W.; SCHICKLER, W; THORPE A. The Proper Use of Directly Observed Orientation Data: Aerial Triangulation Is Not Obsolete. In: 2000 ASPRS Annual Conference, 2000, Washington, D.C. **Proceedings of the ...**

HABIB, A.; **GPS Controlled Aerial Triangulation of Single Flight Lines**. Department of Geodetic Science and Surveying. 1995. The Ohio State University, 11p.

HOFMANN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER, H., COLLINS, J. Global Positioning System: **Theory and Practice**. Basel: Springer Verlag. 5th rev. ed. XXII, 2001. 382 pp.

JACOBSEN, K. Experiences in GPS Photogrammetry. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v.59, n.11, p.1651-1658, 1993.

JACOBSEN, K.; SCHMITZ, M; 1996. **A New Approach of Combined Block Adjustment Using GPS-Satellite Constellation**. Commission III, WG 1.

JUBANSKI, J; et. al. Metodologia para Locação de Antena GPS em Relação ao Centro Perspectivo de uma Câmera RC-10 para fins de Vôo Apoiado. In: I Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Recife - UFPE, 2004. **Anais do...**

JUBANSKI, J; MITISHITA, E. Algoritmo de Interpolação de Centros Perspectivos para Vão Apoiado Utilizando-se do Filtro de Kalman. In: IV Colóquio em Ciências Geodésicas. Curitiba - UFPR. 2005. **Anais do...**

KALMAN, R. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Trans. ASME, Series D, J. Basic Eng.** v. 82, March, 1960; p. 35 - 45.

KOCH, K. Kalman Filter and Optimal Smoothing Derived by the Regression Model. **Manuscripta Geodaetica.** vol.7, 1983.

KUNTU-MENSAH, P. **Empirical Evaluation of Airborne GPS-Photogrammetry in a Commercial Environment.** Orono, Maine, 1999. Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy. The University of Maine.

KUSEVIC, K.; MRSTIK, P. The Effect of Varying Epoch Intervals on Nonlinear Interpolation Solutions for Airborne GPS Trajectories. In: KIS97, 1997, Banf, Canada. The University of Calgary, p. 329-336. **Proceedings of ...**

LAPINE, L. **Analytical Calibration of the Airborne Photogrammetric System Using a Priori Knowledge of the Exposure Station Obtained from Kinematic GPS Techniques.** Columbus, Ohio, 1991. Ph.D. Dissertation. The Ohio State University.

LAPINE, L. Airborne Kinematic GPS Positioning for Photogrammetry: The Determination of the Camera Exposure Station. In: C. Greve (Ed.), **Digital Photogrammetry: An addendum to the manual of photogrammetry.** Falls Church, VA: ASPRS. 1996.

LEICK, A. **GPS Satellite Surveying.** New York: John Wiley & Sons, 1990.

LICHTI, D. Analysis of Interpolation Methods for Kinematic DGPS Control in Aerial Photogrammetry. **GPS Solutions**, v. 4, n.2, pp 54-62, 2000.

LICHTI, D. The Interpolation Problem in GPS-Supported Aerial Triangulation. **The Photogrammetric Record**, v.17, n.99, p.481-492, April 2002.

LUCAS, J. Aerotriangulation Without Ground Control. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v.53 n.3 p. 311-314, 1987.

MAGRO, F.; ANDRADE, J. GPS & Aerotriangulation. In: International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing. Washington, D.C.. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. Washington, D.C.: Society International of Photogrammetry and Remote Sensing, 1992. v. 29 B. p. 132-136.

MERCHANT, D. GPS-Controlled Aerial Photogrammetry. In: Summer Workshop Meeting of the Transportation Research Board, 1993. **Proceedings of the ...**

MIKHAIL, E.; BETHEL, J.; MCGLONE J. Introduction to Modern Photogrammetry. **New York** :John Wiley & Sons, 2001.

MITISHITA, E. **Monorestituição Digital de Aerofotos, Associada com Sistema de Computação Gráfica C.A.D., para Fins de Mapeamento na Área Florestal**. Curitiba, 1997. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Paraná.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações**. São Paulo: Editora UNESP, 2000.

RUY, R.; TOMASELLI, A. Reconstrução Automática de Estereomodelos a partir de Parâmetros de Orientação Direta do Sensor. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v.10, n.1, 2004.

SCHUCKMANN, K.; et. al. A Pratical Test of a Photogrammetric Project Controlled with Airborne GPS. In: 1992 ISPRS Convention, Washington, D.C., 1992. **Proceedings of the ...**

SLAMA, C.C. (editor). **Manual of Photogrammetry**. American Society of Photogrammetry. Ch. XVII (Satellite Photogrammetry), p. 883-977 , 1980.